PROPOSTA DE CORRECÇÃO DO 2º TESTE DE MATEMÁTICA 12º A 01 Fev.10

GRUPO I

VERSÃO 1	VERSÃO 2
1. C	1.D
2. C	2. C
3. A	3.B
4. A	4.B
5. A	5.C

GRUPO II

1.

1.1. $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - [\,P(A) + P(B) - P(A \cup B)] = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cup B) = P(\bar{A}) - P(B) + P(A \cup \mathrm{B})$

1.2.

	Positiva no exame	Não positiva no exame	Total
Rapaz	0,60X120=**72**	120-72=**48**	120
Rapariga	0,65X160=**104**	160-104=**56**	160
Total	176	104	280

Consideremos os acontecimentos R: "ser rapaz" e P: "ter positiva no exame".

A probabilidade pretendida é $P\left(\overline{R} \cup \overline{P}\right)$.

$$P\left(\overline{R} \cup \overline{P}\right) = P\left(\overline{R}\right) + P\left(\overline{P}\right) - P\left(\overline{R} \cap \overline{P}\right) = \frac{160}{280} + \frac{104}{280} - \frac{56}{280} = \frac{208}{280} \simeq 0,74$$

2.

2.1. $m(60\,) = 150 \times e^{-0,08 \times 60} \cong 1,2\; g$

Ao fim de uma hora ainda há por dissolver cerca de 1,2g

2.2. $m(30\,) = 150 \times e^{-0,08 \times 30} \cong 13,6g$
Quantidade de pó inicial $m(0\,) = 150 \times e^{-0,08 \times 0} \cong 150\; g$
Quantidade de pó dissolvido $m(0\,) - m(30\,) = 150 - 13,6 = 136,4g$

2.3. $m(t\,) = 5 \Leftrightarrow 150 \times e^{-0,08t} = 5 \Leftrightarrow e^{-0,08t} = \frac{5}{150} \Leftrightarrow -0,08t = ln\frac{5}{150} \Leftrightarrow t = \frac{ln\frac{5}{150}}{-0,08} \Leftrightarrow$

$$t \cong 42,51$$

$0,51 \times 60 = 31$
Ao fim de aproximadamente 42 minutos e 31 segundos.

2.4. $\frac{m(t)}{m(t+1)} = \frac{150 \times e^{-0,08t}}{150 \times e^{-0,08(t+1)}} = e^{-0,08t-[-0,08(t+1)]} = e^{-0,08t+0,08t+0,08} \cong 1,1$

Significa que por cada minuto que passa a quantidade de pó ainda por dissolver decresce 10%

3.

3.1.

$g(x) = 0 \Leftrightarrow \log_2(7-x) = 0 \Leftrightarrow 7-x = 2^0 \Leftrightarrow x = 7-1 \Leftrightarrow x = 6 \wedge x < 7$ logo 6 é a abcissa do ponto de intersecção de g com o eixo Ox.

$f(x) = 0 \Leftrightarrow 1 + \log_2(x-1) = 0 \Leftrightarrow \log_2(x-1) = -1 \Leftrightarrow x-1 = 2^{-1} \Leftrightarrow x = ½ + 1 \Leftrightarrow$
$x = \frac{3}{2} \wedge x > 1$ logo $\frac{3}{2}$ é a abcissa do ponto de intersecção de f com o eixo Ox.

3.2.

$g(x) = f(x) \Leftrightarrow \log_2(7-x) = 1 + \log_2(x-1) \Leftrightarrow \log_2(7-x) = \log_2 2 + \log_2(x-1) \Leftrightarrow$
$\log_2(7-x) = \log_2[2(x-1)] \Leftrightarrow \log_2(7-x) = \log_2(2x-2) \Leftrightarrow 7-x = 2x-2 \Leftrightarrow 3x = 9$
$\Leftrightarrow x = 3$

Como D = $\{x \in \mathbb{R}: x > 1 \wedge x < 7\} =]1;7[$ então $x = 3 \in D$ logo é solução da equação.

As coordenadas do ponto C serão então (3; g(3)) = (3; 2) $g(3) = \log_2(7-3) = \log_2 4 = 2$

3.3. $A\Delta[ABC] = \frac{\overline{AB} \times \overline{OC}}{2} = \frac{\left(6-\frac{3}{2}\right)\times 2}{2} = \frac{9}{2}$

3.4. $D_f = D'_{f^{-1}} =]1; +\infty[$

$1 + \log_2(x-1) = y \Leftrightarrow \log_2(x-1) = y - 1 \Leftrightarrow x - 1 = 2^{y-1} \Leftrightarrow x = 1 + 2^{y-1}$

$f^{-1}(x) = 1 + 2^{x-1}$ e $D_{f^{-1}} = \mathbb{R}$ o que significa que $D'_f = \mathbb{R}$

4.

Versão 1	Versão 2
4.1. $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$	**4.1.** $\lim_{x\to-\infty} g(x) = +\infty$
4.2. $\lim_{x\to 2} g(x) = 0$	**4.2.** $\lim_{x\to -2} g(x) = 0$
4.3. $\lim_{x\to 1} g(x)$ não existe porque	**4.3.** $\lim_{x\to 1} g(x)$ não existe porque
$\lim_{x\to 1+} g(x) \neq \lim_{x\to 1-} g(x)$	$\lim_{x\to 1+} g(x) \neq \lim_{x\to 1-} g(x)$
$\lim_{x\to 1+} g(x) = 1$ $\lim_{x\to 1-} g(x) = 3$	$\lim_{x\to 1+} g(x) = 1$ $\lim_{x\to 1-} g(x) = 3$