ESCOLA SECUNDÁRIA DE CASQUILHOS

12º Ano Turma **A** - C.C.H. de Ciências e Tecnologias -

Teste de Avaliação de Matemática A – **V1**

Duração: **90** min 01 Fev. 2010 **Prof.:** Maria João Mendes Vieira

---

Na folha de respostas, indicar de forma legível a versão da prova.
A ausência dessa indicação implica a classificação com zero pontos das respostas aos itens do Grupo I.

Utilizar apenas caneta ou esferográfica de tinta indelével, azul ou preta, excepto nas respostas que impliquem a elaboração de construções, de desenhos ou de outras representações, que podem ser primeiramente elaborados a lápis, sendo, a seguir, passados a tinta.
Utilizar a calculadora gráfica, sempre que for necessário.
Não é permitido o uso de corrector. Em caso de engano, deve riscar, de forma inequívoca, aquilo que pretende que não seja classificado.

Escrever de forma legível a numeração dos grupos e dos itens, bem como as respectivas respostas. As respostas ilegíveis ou que não possam ser identificadas são classificadas com zero pontos.

Para cada item, apresentar apenas uma resposta. Se escrever mais do que uma resposta a um mesmo item, apenas é classificada a resposta apresentada em primeiro lugar.
Para responder aos itens de escolha múltipla, escreva, na folha de respostas:
• o número do item;
• a letra que identifica a única alternativa correcta.
Não apresente cálculos, nem justificações.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado do teste.

GRUPO I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única alternativa correcta.
Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a alternativa seleccionada.
Não apresente cálculos nem justificações.

1. Indicar qual das expressões seguintes é, para qualquer número $k \in |\mathrm{R}^+$, igual a $e^{\ln 4 - \ln(2k)}$

(A) 4 - 2k (B) $\dfrac{\ln 4}{\ln(2k)}$ (C) $\dfrac{2}{k}$ (D) $e^{\frac{2}{k}}$

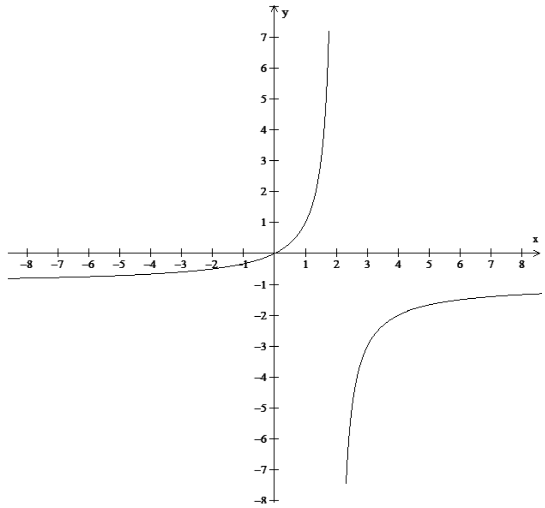
2. O domínio da função definida pela expressão $f(x) = \ln(1 + x^2) - e^{-x}$ é:

(A) $]1; +\infty[$ (B) |R \ {-1,1} (C) |R (D) $]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$

3. Vinte e cinco alunos de uma turma participam num concurso. A Luísa é aluna da turma. Sabendo que são premiados três alunos, qual é a probabilidade da Luísa ser premiada?

A) $\dfrac{^{24}C_2}{^{25}C_3}$ (B) $\dfrac{^{24}C_2 - 1}{^{25}C_3}$ (C) $\dfrac{1}{^{25}C_3}$ (D) $\dfrac{24}{^{25}C_3}$

4. Na figura está desenhada parte da representação gráfica de uma função *f*, cujo domínio é |R\ {2}



A recta de equação x = 2 é uma assímptota vertical do gráfico de f.

Considere a sucessão de termo geral $x_n = 2 + \frac{1}{n}$

Seja $u_n = f(x_n)$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $\lim u_n = -\infty$ (B) $\lim u_n = +\infty$

(C) $\lim u_n = 2$ (D) Não existe $\lim u_n$

5. Uma população de bactérias cresce exponencialmente. Actualmente há 2 milhões e sabe-se que triplicam em cada 10 dias.
Quantos milhões haverá dentro de 30 dias?

(A) 54 (B) 18 (C) 20 (D) 216

GRUPO II

Nas respostas aos itens deste grupo, apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1.

1.1. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam *A* e *B* dois acontecimentos possíveis ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Provar que: $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{A}) - P(B) + P(A \cup B)$

(*P* designa a probabilidade, designa o acontecimento contrário de *A* e designa o acontecimento contrário de *B*.)

1.2. Numa determinada cidade, das 160 raparigas que fizeram o exame nacional de Matemática, 65% tiveram classificação positiva, e, dos 120 rapazes que fizeram o mesmo exame, 60% também tiveram classificação positiva.
Escolhendo, ao acaso, um dos estudantes que realizaram o exame, qual é a probabilidade de o estudante escolhido não ser rapaz ou não ter tido classificação positiva?

Apresentar o resultado em forma de dízima, com aproximação às centésimas.

Nota: Se o desejar, utilize a igualdade referida em **1.1.** Neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos *A* e *B*, no contexto da situação apresentada; no entanto, pode optar por resolver o problema por outro processo.

2. Num reservatório de água foi colocado uma substância desinfectante em pó. t minutos após o pó desinfectante ter sido colocado na água, a quantidade m (em gramas) de pó ainda **não dissolvido** é

$$m(t) = 150 \times e^{-0{,}08t}$$

Resolver todas as questões por processos exclusivamente analíticos
Nota: utilizar a calculadora apenas para efectuar cálculos numéricos, sempre que proceder a arredondamentos conservar no mínimo três casas decimais

2.1 Qual a quantidade de pó ainda não dissolvido ao fim de 1 hora?
(apresente o resultado em gramas, arredondado às décimas)

2.2 Calcular a quantidade de pó dissolvido ao fim de meia hora.

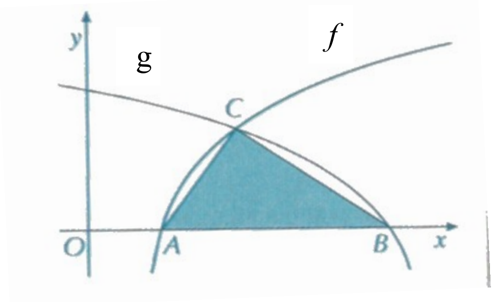
2.3 Determinar ao fim de quanto tempo (minutos) a quantidade de pó por dissolver era de 5 g (apresente o resultado em minutos e segundos, arredondado ao segundo).

2.4 Mostrar que $\frac{m(t)}{m(t+1)}$ é constante. Calcule o valor dessa constante com aproximação às décimas e interprete o significado desse valor no contexto da situação descrita.

3. No referencial da figura encontram-se representadas as funções f e g tais que

$$f(x) = 1 + \log_2(x-1)$$

$$g(x) = \log_2(7-x)$$



Resolver as questões seguintes por processos exclusivamente analíticos

3.1. Determinar as abcissas dos pontos A e B.

3.2. Determinar as coordenadas do ponto C.

3.3. Calcular a área do triângulo [ABC].

3.4. Caracterizar a função inversa de f e justificar que o contradomínio de f é $\mathbb{R}$.

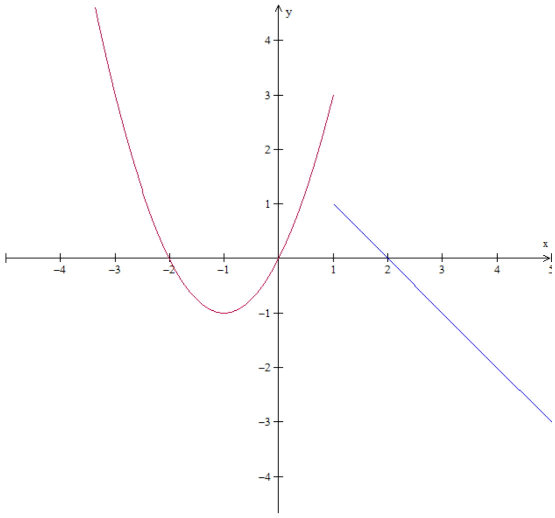
4. Na figura está representada parte do gráfico de uma função real de variável real g.

Indicar, caso existam, o valor de cada um dos seguintes limites:

4.1. $\lim_{x \to +\infty} g(x)$

4.2. $\lim_{x \to 2} g(x)$

4.3. $\lim_{x \to 1} g(x)$



FIM

COTAÇÕES

Grupo I					Grupo II													
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**1.1.**	**1.2.**	**2.1.**	**2.2.**	**2.3**	**2.4**	**3.1**	**3.2**	**3.3.**	**3.4.**	**4.1.**	**4.2.**	**4.3.**	**TOTAL**
9	9	9	9	9	15	15	10	12	15	18	16	15	7	20	2	2	8	**200**

ESCOLA SECUNDÁRIA DE CASQUILHOS

12º Ano Turma **A** - C.C.H. de Ciências e Tecnologias -

Teste de Avaliação de Matemática A – **V2**

Duração: **90** min 01 Fev. 2010 **Prof.:** Maria João Mendes Vieira

---

Na folha de respostas, indicar de forma legível a versão da prova.
A ausência dessa indicação implica a classificação com zero pontos das respostas aos itens do Grupo I.

Utilizar apenas caneta ou esferográfica de tinta indelével, azul ou preta, excepto nas respostas que impliquem a elaboração de construções, de desenhos ou de outras representações, que podem ser primeiramente elaborados a lápis, sendo, a seguir, passados a tinta.
Utilizar a calculadora gráfica, sempre que for necessário.
Não é permitido o uso de corrector. Em caso de engano, deve riscar, de forma inequívoca, aquilo que pretende que não seja classificado.

Escrever de forma legível a numeração dos grupos e dos itens, bem como as respectivas respostas. As respostas ilegíveis ou que não possam ser identificadas são classificadas com zero pontos.

Para cada item, apresentar apenas uma resposta. Se escrever mais do que uma resposta a um mesmo item, apenas é classificada a resposta apresentada em primeiro lugar.
Para responder aos itens de escolha múltipla, escreva, na folha de respostas:
• o número do item;
• a letra que identifica a única alternativa correcta.
Não apresente cálculos, nem justificações.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado do teste.

GRUPO I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única alternativa correcta.
Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a alternativa seleccionada.
Não apresente cálculos nem justificações.

1. Indicar qual das expressões seguintes é, para qualquer número $k \in \mathbb{R}^+$, igual a $10^{log\,15-\log(3a)}$

(A) $\frac{\log 15}{\log(3a)}$ (B) 15 – 3a (C) $10^{\frac{5}{a}}$ (D) $\frac{5}{a}$

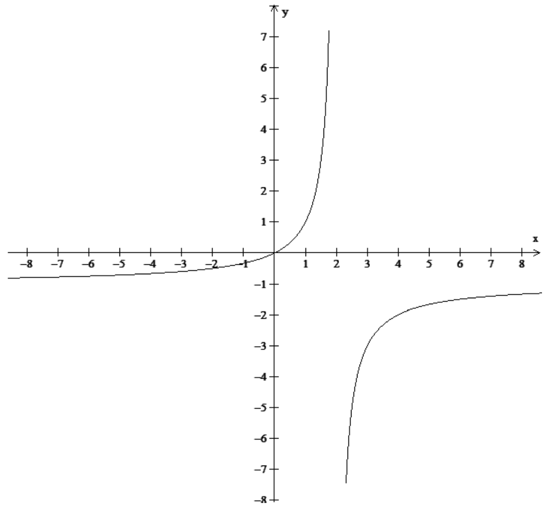
2. O domínio da função definida pela expressão $f(x) = \ln(x^2+2) + e^{-x}$ é:

(A)]-∞; -2[∪]2; +∞[(B)]2; +∞[(C) |R (D) $|R\backslash\{-\sqrt{2};\ \sqrt{2}\}$

3. Vinte e cinco alunos de uma turma participam num concurso. A Luísa é aluna da turma. Sabendo que são premiados quatro alunos, qual é a probabilidade da Luísa ser premiada?

A) $\frac{{}^{24}C_3\ \ -1}{{}^{25}C_4}$ (B) $\frac{{}^{24}C_3}{{}^{25}C_4}$ (C) $\frac{24}{{}^{25}C_4}$ (D) $\frac{1}{{}^{25}C_4}$

4. Na figura está desenhada parte da representação gráfica de uma função *f*, cujo domínio é |R\ {2}



A recta de equação x = 2 é uma assímptota vertical do gráfico de f.
Considere a sucessão de termo geral $x_n = 2 - \frac{1}{n}$
Seja $u_n = f(x_n)$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $\lim u_n = -\infty$ (B) $\lim u_n = +\infty$

(C) $\lim u_n = 2$ (D) Não existe $\lim u_n$

5. Uma população de bactérias cresce exponencialmente. Actualmente há 3 milhões e sabe-se que duplicam em cada 10 dias.
Quantos milhões haverá dentro de 30 dias?

(A) 54 (B) 12 (C) 24 (D) 216

GRUPO II

Nas respostas aos itens deste grupo, apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.
Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1.
1.1. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam *A* e *B* dois acontecimentos possíveis ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Provar que: $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{A}) - P(B) + P(A \cup \text{B})$

(*P* designa a probabilidade, designa o acontecimento contrário de *A* e designa o acontecimento contrário de *B*.)

1.2. Numa determinada cidade, das 160 raparigas que fizeram o exame nacional de Matemática, 65% tiveram classificação positiva, e, dos 120 rapazes que fizeram o mesmo exame, 60% também tiveram classificação positiva.
Escolhendo, ao acaso, um dos estudantes que realizaram o exame, qual é a probabilidade de o estudante escolhido não ser rapaz ou não ter tido classificação positiva?

Apresentar o resultado em forma de dízima, com aproximação às centésimas.

Nota: Se o desejar, utilize a igualdade referida em **1.1.** Neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos *A* e *B*, no contexto da situação apresentada; no entanto, pode optar por resolver o problema por outro processo.

2. Num reservatório de água foi colocado uma substância desinfectante em pó. t minutos após o pó desinfectante ter sido colocado na água, a quantidade m (em gramas) de pó ainda **não dissolvido** é

$$m(t\,) = 150 \times e^{-0{,}08t}$$

Resolver todas as questões por processos exclusivamente analíticos
Nota: utilizar a calculadora apenas para efectuar cálculos numéricos, sempre que proceder a arredondamentos conservar no mínimo três casas decimais

2.1 Qual a quantidade de pó ainda não dissolvido ao fim de 1 hora?
(apresente o resultado em gramas, arredondado às décimas)

2.2 Calcular a quantidade de pó dissolvido ao fim de meia hora.

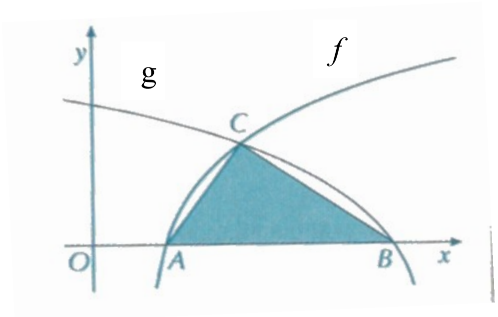
2.3 Determinar ao fim de quanto tempo (minutos) a quantidade de pó por dissolver era de 5 g (apresente o resultado em minutos e segundos, arredondado ao segundo).

2.4 Mostrar que $\frac{m(t)}{m(t+1)}$ é constante. Calcule o valor dessa constante com aproximação às décimas e interprete o significado desse valor no contexto da situação descrita.

3. No referencial da figura encontram-se representadas as funções f e g tais que

$$f(x) = 1 + \log_2(x-1)$$

$$g(x) = \log_2(7-x)$$



Resolver as questões seguintes por processos exclusivamente analíticos

3.1. Determinar as abcissas dos pontos A e B.

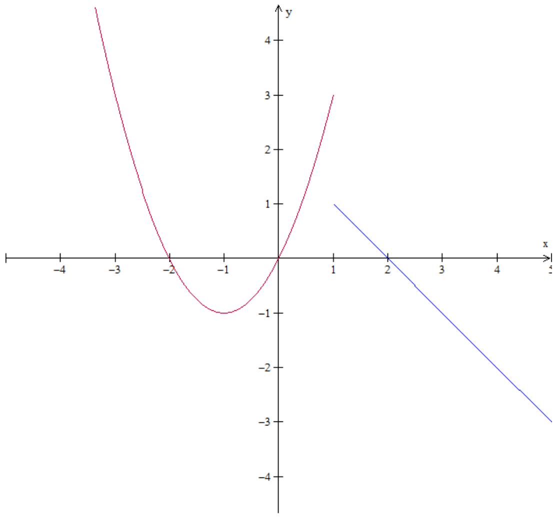
3.2. Determinar as coordenadas do ponto C.

3.3. Calcular a área do triângulo [ABC].

3.4. Caracterizar a função inversa de f e justificar que o contradomínio de f é $\mathbb{R}$.

4. Na figura está representada parte do gráfico de uma função real de variável real g.

Indicar, caso existam, o valor de cada um dos seguintes limites:



4.1. $\lim_{x \to -\infty} g(x)$

4.2. $\lim_{x \to -2} g(x)$

4.3. $\lim_{x \to 1} g(x)$

FIM

COTAÇÕES

Grupo I					Grupo II													
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**1.1.**	**1.2.**	**2.1.**	**2.2.**	**2.3**	**2.4**	**3.1**	**3.2**	**3.3.**	**3.4.**	**4.1.**	**4.2.**	**4.3.**	**TOTAL**
9	9	9	9	9	15	15	10	12	15	18	16	15	7	20	2	2	8	**200**