



# ESCOLA SECUNDÁRIA DE CASQUILHOS

11º Ano Turma A - C.C.H. de Ciências e Tecnologias -

3º Teste de Avaliação de Matemática A **VERSÃO 1**

Duração: 90 min

22 Janeiro 2013

Prof.: Maria João Mendes Vieira

Na folha de respostas, indicar de forma legível a versão da prova.

A ausência dessa indicação implica a classificação com zero pontos das respostas aos itens do Grupo I.

Utilizar apenas caneta ou esferográfica de tinta indelével, azul ou preta, exceto nas respostas que impliquem a elaboração de construções, de desenhos ou de outras representações, que podem ser primeiramente elaborados a lápis, sendo, a seguir, passados a tinta.

Utilizar a calculadora gráfica, sempre que for necessário.

Não é permitido o uso de corretor. Em caso de engano, deve riscar, de forma inequívoca, aquilo que pretende que não seja classificado.

Escrever de forma legível a numeração dos grupos e dos itens, bem como as respetivas respostas. As respostas ilegíveis ou que não possam ser identificadas são classificadas com zero pontos.

Para cada item, apresentar apenas uma resposta. Se escrever mais do que uma resposta a um mesmo item, apenas é classificada a resposta apresentada em primeiro lugar.

Para responder aos itens de escolha múltipla, escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única alternativa correta.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado do teste.

## GRUPO I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única alternativa correta.

Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a alternativa seleccionada.

Não apresente cálculos nem justificações.

1. Na figura ao lado está representado um setor circular de amplitude  $\alpha$  e raio 1 inscrito num retângulo em que um dos lados também mede 1.

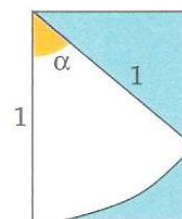
Qual das expressões seguintes representa a área da parte sombreada em função de  $\alpha$  :

(A)  $\text{sen}\alpha - \frac{\alpha}{2}$

(B)  $\text{sen}\alpha - 2\alpha$

(C)  $\text{cos}\alpha - \frac{\alpha}{2}$

(D)  $\text{cos}\alpha - 2\alpha$



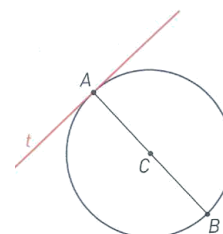
2. Considera a circunferência de diâmetro  $[AB]$  e centro  $C$  e a reta  $t$  tangente à circunferência no ponto  $A$ . Se  $P$  pertence à reta  $t$ , necessariamente:

(A)  $\vec{AC} \cdot \vec{CP} = 0$

(B)  $\vec{CA} \cdot \vec{AP} = 0$

(C)  $\vec{CA} \cdot \vec{AB} = 0$

(D)  $\vec{CA} \cdot \vec{BP} = 0$



3. Na figura está representada, num referencial o.n., uma reta  $r$  que passa pelos pontos  $A(4, -1)$  e  $B(-1, 2)$ .

Designando por  $\theta$  a inclinação da reta  $r$ , pode concluir-se que  $\text{tg}\theta$

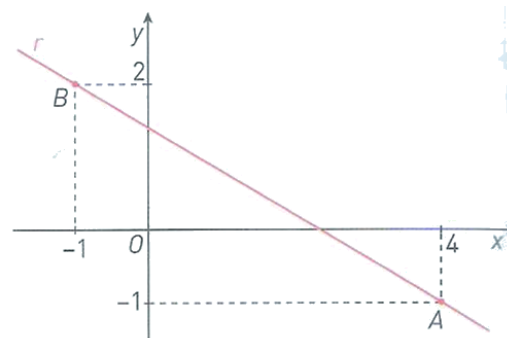
é igual a:

(A)  $\frac{3}{5}$

(B)  $-\frac{5}{3}$

(C)  $-\frac{3}{5}$

(D)  $\frac{5}{3}$



4. Na figura encontram-se representados três planos,  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\theta$ .

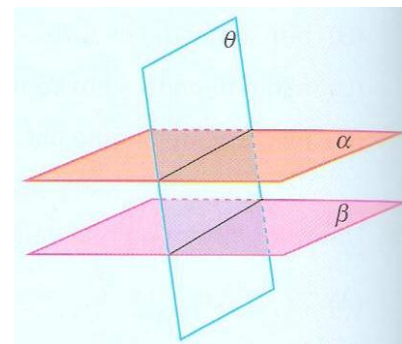
Sabendo que  $\alpha$  e  $\beta$  são estritamente paralelos, indica qual dos seguintes sistemas pode ser constituído por equações dos planos,  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\theta$ .

$$(A) \begin{cases} 3x - 6y + 2z = 7 \\ x - 2y + \frac{2}{3}z = 5 \\ 6x - y + 4z = 1 \end{cases}$$

$$(B) \begin{cases} 3x - 6y + 2z = 7 \\ x - 4y = 5 \\ 2x - y + 4z = 1 \end{cases}$$

$$(C) \begin{cases} 3x - 6y + 2z = 7 \\ x - 2y + \frac{2}{3}z = 5 \\ 6x - 12y + 4z = 1 \end{cases}$$

$$(D) \begin{cases} 3x - 6y + 2z = 7 \\ x - 2y + \frac{2}{3}z = \frac{7}{3} \\ 6x - y + 4z = 1 \end{cases}$$



5. Qual dos pares de equações seguintes define, num referencial o.n.  $Oxyz$ , um par de planos perpendiculares:

(A)  $x + y = 3$  e  $x + y = 0$

(B)  $-x + y - z = 1$  e  $3x + 2y + 2z = 2$

(C)  $x = y$  e  $z = 0$

(D)  $2x + 2y + z = 9$  e  $x - 3z = 0$

### GRUPO II

Nas respostas aos itens deste grupo, apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

**Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exato**.

1. Considerar a função, definida em  $\mathbb{R}$ , por:  $f(x) = 2\text{sen}\frac{5\pi}{3} - \text{tg}\frac{8\pi}{3} - \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \text{sen}(\pi - x)$

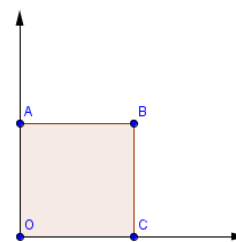
1.1. Mostrar que para qualquer,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2\text{sen}x$

1.2. Sem usar calculadora, determinar, em  $[-\pi, \pi]$ , as soluções da equação  $f(x) = -1$

2. Considere o **quadrado** representado num referencial do plano  $xOy$ .

Sabe-se que  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 4$ .

Determinar as coordenadas dos pontos A e C.



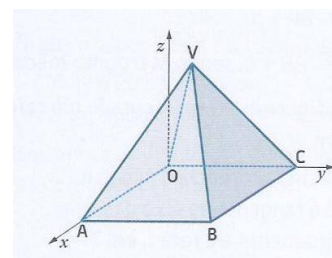
3. Considerar no referencial o.n. do espaço  $Oxyz$ , a pirâmide quadrangular regular de vértice  $V$  e base  $[ABCO]$  assente no plano  $xOy$ .

Sabe-se que a pirâmide tem 5 unidades de altura e que  $C(0,4,0)$ .

3.1. Mostrar que o plano  $VBC$  pode ser definido pela equação  $5y + 2z - 20 = 0$

3.2. Determinar  $k$  de modo que  $(3k, k + 2, 1 - k)$  pertença ao plano  $VBC$ .

3.3. Escrever as equações cartesianas da reta  $AC$ .



4. Em relação a um referencial o.n. do espaço  $Oxyz$ , a reta  $r$  é definida por  $-\frac{x}{2} = y - 1 = \frac{z+2}{2}$  e o plano  $\alpha$  por  $x - 2y + 2z - 5 = 0$ .

4.1. Escrever as coordenadas do ponto da reta  $r$  de cota 0.

4.2. Justificar que a reta  $r$  é estritamente paralela ao plano  $\alpha$ .

4.3. Escrever as equações cartesianas da reta  $s$ , perpendicular ao plano  $\alpha$  e que passa no ponto em que este intersecta o eixo  $Ox$ .

5. Considerar os planos  $\pi$ ,  $\theta$  e  $\varphi$  definidos, respetivamente pelas equações:

$$\pi: x - y - 2z = 1$$

$$\theta: 2x - y + z = 0$$

$$\varphi: x + 3y = 0$$

5.1. Escrever uma equação vetorial da reta de interseção dos planos  $\theta$  e  $\varphi$ .

5.2. Considerar o triângulo  $T$  cujos vértices são os pontos de interseção do plano  $\pi$  com os eixos coordenados. Mostrar que o triângulo é isósceles.

**FIM**

## Formulário

**Sector circular:**  $\frac{\alpha r^2}{2}$  ( $\alpha$  – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;  $r$  – raio)

	GRUPO I					GRUPO II										TOTAL	
Questão	1	2	3	4	5	1.1.	1.2.	2.	3.1.	3.2.	3.3.	4.1.	4.2.	4.3.	5.1.	5.2.	
Cotação	5	5	5	5	5	15	17	20	20	12	15	12	12	16	16	20	200