

LIMITES DE SUCESSÕES

Infinitamente Grandes
Infinitésimos
Sucessões Convergentes

INFINITAMENTE GRANDES

INFINITAMENTE GRANDE POSITIVO

A sucessão (u_n) é um infinitamente grande positivo se e só se dado um número real A é possível determinar uma ordem depois da qual todos os termos da sucessão (u_n) são superiores a A .

Se a sucessão (u_n) é um infinitamente grande positivo, diz-se que u_n tende para mais infinito.

Escreve-se $u_n \rightarrow +\infty$ ou

$$\lim u_n = +\infty$$

Exemplos: $n, \sqrt{n}, n^2, 2^n$

INFINITAMENTE GRANDES

INFINITAMENTE GRANDE NEGATIVO

A sucessão (u_n) é um infinitamente grande negativo se e só se a sucessão $(-u_n)$ é um infinitamente grande positivo.

Escreve-se $u_n \rightarrow -\infty$ ou $\lim u_n = -\infty$

TEOREMAS SOBRE INFINITAMENTE GRANDES

- Se $u_n \rightarrow +\infty$ e $v_n \geq u_n$ a partir de certa ordem, então $v_n \rightarrow +\infty$
- Se $u_n \rightarrow +\infty$, então $u_n + \alpha \rightarrow +\infty, \forall \alpha \in \mathbb{R}$
- Se $u_n \rightarrow +\infty$, então $\beta u_n \rightarrow +\infty, \forall \beta \in \mathbb{R}^+$
- Se $a > 1$, então $a^n \rightarrow +\infty$

INFINITÉSIMOS

Uma sucessão (u_n) é um infinitésimo se e só se qualquer que seja o número real positivo δ é possível determinar uma ordem depois da qual todos os termos da sucessão pertencem à vizinhança de zero de raio δ .

Se (u_n) é um infinitésimo, diz-se que tende para zero.

Escreve-se $u_n \rightarrow 0$ ou $\lim u_n = 0$

Exemplos: $\frac{1}{n}, \frac{1}{\sqrt{n}}, \frac{1}{n^2}, \frac{1}{2^n}$

TEOREMAS SOBRE INFINITÉSIMOS

- Se $u_n \rightarrow 0$ e a partir de certa ordem $|v_n| \leq |u_n|$, então $v_n \rightarrow 0$
- Se $u_n \rightarrow 0$, então $Ku_n \rightarrow 0, \forall k \in \mathbb{R}$
- O inverso de um infinitésimo é um infinitamente grande e vice-versa.
- Se $|a| < 1$, então $a^n \rightarrow 0$

CONVERGÊNCIA

Uma sucessão (u_n) tende (ou converge) para um número real a , se e só se a sucessão $(u_n - a)$ tende para zero.

Isto é:
$$u_n \rightarrow a \Leftrightarrow u_n - a \rightarrow 0$$

Uma **sucessão convergente** é uma sucessão que tende para um número real.

Teorema: O limite de uma sucessão convergente é único.

CLASSIFICAÇÃO DE SUCESSÕES QUANTO AO LIMITE

- Convergentes – se têm como limite um número real.
- Divergentes – se são não convergentes.
- Propriamente divergentes – se tendem para $+\infty$ ou para $-\infty$
- Oscilantes – se existem duas subsequências com limites diferentes.