



CONTINUIDADE

Uma função é contínua num ponto  $c$  (pertencente ao domínio e ponto de acumulação) se e só se existir

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) \text{ e tal que } \lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$$

◆ **Continuidade Lateral**

- Uma função é **contínua à direita no ponto  $c$**  se e só se  $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = f(c)$
- Uma função é **contínua à esquerda no ponto  $c$**  se e só se  $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = f(c)$

◆ **Propriedades**

- Uma função é contínua num intervalo  $[a,b]$  se for contínua e todos os pontos de  $]a,b[$  e for contínua à direita no ponto  $a$  e for contínua à esquerda no ponto  $b$ .
- As funções polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas são contínuas no seu domínio.
- A soma, produto, quociente, potência, raiz e composta de funções contínuas são funções contínuas nos seus domínios.
- Uma função diz-se contínua se o for em todos os pontos do seu domínio.

◆ **TEOREMA DE BOLZANO ( OU Teorema do valor intermédio)**

Se  $f$  é contínua no intervalo  $[a,b]$ , com  $f(a) \neq f(b)$  então toma todos os valores intermédios entre  $f(a)$  e  $f(b)$

$$f \text{ é contínua em } [a,b], k \in ]f(a), f(b)[ \Rightarrow \exists c \in ]a,b[: f(c) = k$$

◆ **COROLÁRIO DO TEOREMA DE BOLZANO**

Se  $f$  é contínua no intervalo  $[a,b]$  e se  $f(a)$  e  $f(b)$  têm sinais contrários, então  $f$  tem pelo menos um zero em  $]a,b[$

$$f \text{ é contínua em } [a,b], f(a) \times f(b) < 0 \Rightarrow \exists c \in ]a,b[: f(c) = 0$$

ASSÍMPTOTAS

VERTICAIS $x = a$	NÃO VERTICAIS $y = mx + b$
<p>Se <math>\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty</math> (ou <math>-\infty</math>) ou <math>\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty</math> (ou <math>-\infty</math>) então a recta de equação <math>x = a</math> é assímtota vertical do gráfico de <math>f</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Se a recta de equação <math>x = a</math> é assímtota vertical do gráfico de uma função então <math>a \notin D_f</math> ou <math>f</math> não é contínua no ponto <math>a</math>.</li> <li>▪ O gráfico de uma função pode ter uma infinidade de assímtotas verticais.</li> <li>▪ Se uma função for continua em <math>\mathbb{R}</math> não tem assímtotas verticais (As funções polinomiais não têm assímtotas verticais)</li> </ul>	<p>Se <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (mx + b)] = 0</math> (ou <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (mx + b)] = 0</math>) então a recta de equação <math>y = mx + b</math> é assímtota do gráfico de <math>f</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <math>m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}</math> (ou <math>x \rightarrow -\infty</math>)</li> <li>▪ <math>b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - mx]</math> (ou <math>x \rightarrow -\infty</math>)</li> </ul> <p style="text-align: center;">↓</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p><b>HORIZONTAIS</b> <math>m = 0</math></p> </div> <div style="text-align: center;"> <p><b>OBLÍQUAS</b> <math>m \neq 0</math></p> </div> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ O gráfico de uma função tem no máximo duas assímtotas não verticais (uma para <math>-\infty</math> e outra para <math>+\infty</math>)</li> <li>✓ Se o domínio de uma função for um conjunto limitado, o seu gráfico não tem assímtotas não verticais</li> </ul>

