Ex 250

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} (x^2 \cdot e^{-x} \cdot 5x) = \lim\limits_{x\to+\infty} (5x^3 \cdot e^{-x}) = \underbrace{\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{5x^3}{e^{x}}}_{L.N.}$

$= 0$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} (x^2 e^{-x} \cdot 2^x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2 \cdot 2^x}{e^x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{\frac{e^x}{x^2 \cdot 2^x}} =$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{\frac{\left(\frac{e}{2}\right)^x}{x^2}} = \frac{1}{\underbrace{\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(e/2)^x}{x^2}}_{L.N.}} = \frac{1}{+\infty} = 0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{a^x}{x^p} = +\infty \quad , a > 1$

c) $\lim\limits_{x\to0^+} \left[e^{\frac{1}{x}} \ln(x+1)\right] = \lim\limits_{x\to0^+} \left[\frac{e^{\frac{1}{x}} \cdot \ln(x+1)}{x} \cdot x\right] =$

$= \underbrace{\lim\limits_{x\to0^+} \frac{\ln(x+1)}{x}}_{L.N} \cdot \lim\limits_{x\to0^+} e^{\frac{1}{x}} \cdot x = 1 \times \underbrace{\lim\limits_{x\to0^+} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x}}}$

$x\to0^+$, $\frac{1}{x}\to+\infty$, $y = \frac{1}{x}$ $\qquad \lim\limits_{y\to+\infty} \frac{e^y}{y} = +\infty$

$= 1 \times (+\infty) = +\infty$

d) $\lim\limits_{x\to0^+} (1+x)^{\frac{1}{x}} = \underbrace{\lim\limits_{x\to0^+} \left(1 + \frac{1}{\frac{1}{x}}\right)^{\frac{1}{x}}} = e$

NOTA: $\lim\limits_{y\to+\infty} \left(1 + \frac{1}{y}\right)^y = e$ $\qquad x\to0^+$, $\frac{1}{x}\to+\infty$ $\qquad \lim\limits_{y\to+\infty} \left(1 + \frac{1}{y}\right)^y$

Ex 251

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ porque a função g é definida por um polinómio de grau 2 (função quadrática) e f por um polinómio de grau 1 (função afim)

b) $\lim\limits_{x\to a^+} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$ f tem como zero a; g tem a como zero duplo e à direita no ponto $x=a$ a função g é negativa

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} [f(x) - g(x)] = +\infty$ g é a função polinomial de maior grau e como tem a concavidade voltada para baixo tem o termo de maior grau com coeficiente negativo, como é a subtração fica positivo.