ESCOLA SECUNDÁRIA DE CASQUILHOS

12º Ano Turma **A** - C.C.H. de Ciências e Tecnologias -

1º Teste de Avaliação de Matemática A

Duração: **90** min 07 Nov. 2011 **Prof.:** Maria João Mendes Vieira

---

Na folha de respostas, indicar de forma legível a versão da prova.
A ausência dessa indicação implica a classificação com zero pontos das respostas aos itens do Grupo I.

Utilizar apenas caneta ou esferográfica de tinta indelével, azul ou preta, excepto nas respostas que impliquem a elaboração de construções, de desenhos ou de outras representações, que podem ser primeiramente elaborados a lápis, sendo, a seguir, passados a tinta.
Utilizar a calculadora gráfica, sempre que for necessário.
Não é permitido o uso de corrector. Em caso de engano, deve riscar, de forma inequívoca, aquilo que pretende que não seja classificado.

Escrever de forma legível a numeração dos grupos e dos itens, bem como as respectivas respostas. As respostas ilegíveis ou que não possam ser identificadas são classificadas com zero pontos.

Para cada item, apresentar apenas uma resposta. Se escrever mais do que uma resposta a um mesmo item, apenas é classificada a resposta apresentada em primeiro lugar.
Para responder aos itens de escolha múltipla, escreva, na folha de respostas:
• o número do item;
• a letra que identifica a única alternativa correcta.
Não apresente cálculos, nem justificações.

O teste inclui, um Formulário, na última página.
As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado do teste.

GRUPO I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única alternativa correcta.
Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a alternativa seleccionada.
Não apresente cálculos nem justificações.

1. Sejam A e B dois acontecimentos definidos num mesmo espaço de resultados, tais que:

$P(\bar{A}) = 0{,}4$ $P(A \cup B) = 0{,}9$ e $P(B) = \frac{1}{2}P(A)$

Qual das afirmações é verdadeira?

(A) $P(A \cap B) = 0{,}4$ (B) $P(A \cap B) = 0{,}1$

(C) $P(A \cap B) = 0{,}5$ (D) $P(A \cap B) = 0$

2. Numa escola, 80% dos alunos ouvem rádio:

- 55% ouvem a Rádio X
- 45% ouvem a Rádio Y

A percentagem de alunos que ouve apenas a rádio X é:

(A) 20% (B) 35% (C) 60% (D) 25%

3. Numa empresa a variável "número de anos de trabalho dos empregados na empresa" segue a uma distribuição normal de média 12 anos e desvio padrão 3.

Escolhe-se, ao acaso, um empregado dessa empresa.

Relativamente a esse empregado, podemos afirmar que:

(A) a probabilidade de ter menos de 9 anos de serviço é aproximadamente 50%

(B) a probabilidade de ter menos de 20 anos de serviço é aproximadamente igual a 4,5%

(C) a probabilidade de ter mais de 9 anos de serviço é igual à probabilidade de ter mais de 15 anos de serviço

(D) a probabilidade de ter mais de 18 anos de serviço é igual à probabilidade de ter menos de 6 anos de serviço

4. Um professor tem duas turmas: a turma A tem 6 rapazes e o mesmo nº de raparigas e a turma B tem 4 rapazes e 8 raparigas.

Quando ía a passar no corredor da escola cruzou-se com um estudante de uma dessas turmas.

Considerar os acontecimentos: A: "O estudante era uma rapariga"

B: "O estudante era da turma B"

O valor da probabilidade $P(A|B)$ é:

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{7}{12}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

5. Seja X a variável aleatória que representa o número de vezes que determinado indivíduo vai ao cinema (por semana).

A distribuição de probabilidades de X é a seguinte:

$X = x_i$	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	0,1	0,45	0,20	*a*	*b*

Sabe-se que é tão provável não ir ao cinema durante a semana como ir 4 vezes.

Os valores de *a* e *b* são:

(A) $a = 0{,}1\,;\, b = 0{,}15$ (B) $a = 0{,}15\,;\, b = 0{,}1$

(C) $a = 0{,}05\,;\, b = 0{,}15$ (D) $a = 0{,}125\,;\, b = 0{,}125$

GRUPO II

Nas respostas aos itens deste grupo, apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.
Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. Seja E o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset E$ e $B \subset E$) de probabilidade não nula.

Prove que se A e B são independentes então $\bar{A}$ e $\bar{B}$ também são independentes.

(*P* designa probabilidade, $\bar{A}$ e $\bar{B}$ designam os acontecimentos contrários de *A* e de *B*, respectivamente)

2. Um sistema electrónico é formado por dois sistemas *A* e *B* .
Admita que:

- a probabilidade de *A* falhar é 0,2;
- a probabilidade de *B* falhar sozinho é 0,15;
- a probabilidade de *A* e *B* falharem é 0,15.

Determine a probabilidade de:

2.1. *B* falhar;

2.2. falhar *A* ou *B* ;

2.3. falhar B sabendo que A falhou.

3. O Pedro entrou agora na universidade e foi informado de que há 30% de possibilidade de vir a receber uma bolsa de estudo.
No caso de a receber, a probabilidade de se licenciar é de 0,85 enquanto, no caso de não a obter, a probabilidade de se licenciar é de apenas 0,45.
Se, daqui a uns anos, encontrar Pedro já licenciado, qual é a probabilidade de que tenha recebido a bolsa de estudo?

4. Seja Y a variável aleatória que representa o número de vezes, por semana, que o Sr. Vasco vai ao multibanco. Supor que a distribuição de probabilidades para essa variável aleatória é:

$Y = x_i$	0	1	2	3
$P(Y = x_i)$	0,15	0,30	0,45	0,10

4.1. Em média, quantas vezes por semana vai o Sr. Vasco ir ao multibanco? Justificar.

4.2. Construir uma tabela de distribuição da variável X: "número de vezes que o Sr. Vasco vai ao multibanco, em duas semanas", admitindo que as idas de semana para semana são independentes umas das outras.

5. Uma caixa contém bolas brancas e bolas pretas, num total de 15 bolas. Extraem-se sucessivamente e **sem reposição** duas bolas da caixa. A probabilidade de as bolas extraídas serem ambas pretas é $\frac{3}{7}$.

Quantas bolas pretas estavam na caixa?

6. Um casal não se recorda do código do cofre comprado recentemente. Lembram-se apenas que é constituído por três letras diferentes e pelo menos uma é uma consoante.

Quantas possibilidades de um código desse tipo existem?

(considerar o alfabeto com 23 letras)

7. A turma A tem 28 alunos em que 12 são rapazes e a turma B tem 25 dos quais 13 são rapazes.
A Associação de Estudantes da escola tem dois convites para um concerto e vai sortear um em cada turma.

7.1. De quantas maneiras diferentes o pode fazer?

7.2. Determina a probabilidade de irem ao concerto duas raparigas

7.3. A A.E. conseguiu arranjar um terceiro bilhete e após votação decidiu-se que esse seria atribuído a uma rapariga da turma A.

Determina a probabilidade de irem duas raparigas (e um rapaz) ao concerto.

FIM

FORMULÁRIO

Probabilidades

$$\mu = x_1 p_1 + \cdots + x_n p_n$$

$$\sigma = \sqrt{(x_1 - \mu)^2 p_1 + \cdots + (x_n - \mu)^2 p_n}$$

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$

COTAÇÕES

Grupo I					Grupo II												Total
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**1**	**2.1.**	**2.2.**	**2.3.**	**3.**	**4.1.**	**4.2.**	**5.**	**6.**	**7.1.**	**7.2.**	**7.3.**	
10	10	10	10	10	15	10	10	10	18	10	20	12	10	5	15	15	**200**