



ESCOLA SECUNDÁRIA DE CASQUILHOS

12º Ano Turma B - C.C.H. de Ciências e Tecnologias -

Teste de Avaliação de Matemática A – V1

Duração: 90 min

03 Fev. 2010

Prof.: *Maria João Mendes Vieira*

Na folha de respostas, indicar de forma legível a versão da prova.

A ausência dessa indicação implica a classificação com zero pontos das respostas aos itens do Grupo I.

Utilizar apenas caneta ou esferográfica de tinta indelével, azul ou preta, excepto nas respostas que impliquem a elaboração de construções, de desenhos ou de outras representações, que podem ser primeiramente elaborados a lápis, sendo, a seguir, passados a tinta.

Utilizar a calculadora gráfica, sempre que for necessário.

Não é permitido o uso de corrector. Em caso de engano, deve riscar, de forma inequívoca, aquilo que pretende que não seja classificado.

Escrever de forma legível a numeração dos grupos e dos itens, bem como as respectivas respostas. As respostas ilegíveis ou que não possam ser identificadas são classificadas com zero pontos.

Para cada item, apresentar apenas uma resposta. Se escrever mais do que uma resposta a um mesmo item, apenas é classificada a resposta apresentada em primeiro lugar.

Para responder aos itens de escolha múltipla, escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única alternativa correcta.

Não apresente cálculos, nem justificações.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado do teste.

GRUPO I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única alternativa correcta.

Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a alternativa seleccionada.

Não apresente cálculos nem justificações.

1. Sejam a , b e c três números reais tais que $\log_a b = c$.

Qual é o valor de $\log_a(ab)$?

- (A) $1 + c$ (B) $a + c$ (C) ac (D) $a + bc$

2. O domínio da função $h(x) = \log(x^2) + 2^x$ é:

- (A) \mathbb{R} (B) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ (C) \mathbb{R}^+ (D) \mathbb{R}_0^+

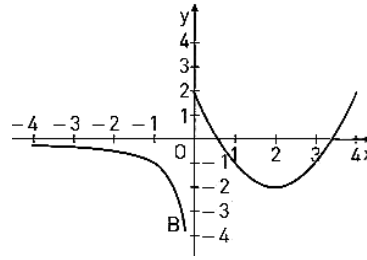
3. O João e a Joana convidaram quatro amigos para irem, com eles, ao cinema. Compraram seis bilhetes com numeração seguida, numa determinada fila, com seis lugares e distribuíram-nos ao acaso.

Qual é a probabilidade de o João e a Joana ficarem sentados nos **dois lugares do meio**?

- (A) $\frac{1}{15}$ (B) $\frac{1}{30}$ (C) $\frac{1}{60}$ (D) $\frac{1}{6}$

4. Considera a função j representada na figura ao lado.

Seja $u_n = -\frac{1}{n^2}$ então $\lim j(u_n)$ é:



(A) 1

(B) 2

(C) 0

(D) $-\infty$

5. Admita que numa praia havia 1 milhão de bactérias às 0 horas de um determinado dia. Sabe-se que em média, cada bactéria reproduz-se em duas numa hora. Quantos milhões de bactérias existirão nessa praia às 8 horas desse dia?

(A) 256

(B) 512

(C) 128

(D) 16

GRUPO II

Nas respostas aos itens deste grupo, apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1.

1.1. Seja E o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos **possíveis** ($A \subset E$ e $B \subset E$).

Prova que: $P(\overline{A \cup B}) = 2 - P(A) - P(B) - P(\overline{A \cup B})$

1.2. Numa sala de jantar de um hotel, encontram-se várias pessoas.

Sabe-se que:

- 10% são crianças, sendo os restantes adultos;
- 72% são adultos do sexo masculino;
- 80% são do sexo masculino.

Escolhe-se, ao acaso, uma pessoa que se encontra na sala de jantar.

Determina a probabilidade de não ser criança ou não ser do sexo masculino?

Apresenta o resultado na forma de percentagem.

Nota:: Se o desejar, utilize a igualdade referida em 1.1. Neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos A e B , no contexto da situação apresentada; no entanto, pode optar por resolver o problema por outro processo.

2. Uma empresa pretende lançar um novo produto através de publicidade na televisão. Fez um estudo e optou por um canal e um horário que tem cerca de 3 milhões de espectadores, que também são possíveis compradores do referido produto.

O modelo matemático para o número N (em milhões) de pessoas que depois de verem o anúncio t dias consecutivos estariam a comprar o produto seria

$$N(t) = 3(1 - e^{-0,059t})$$

Resolver todas as questões por processos exclusivamente analíticos

Nota: utilizar a calculadora apenas para efectuar cálculos numéricos, sempre que proceder a arredondamentos conservar no mínimo três casas decimais

- 2.1 Qual o número de pessoas que compraram o produto depois de verem o anúncio todos os dias durante uma semana? (apresente o resultado em milhões)
- 2.2. Determinar quantos dias seguidos são necessários para que o produto seja comprado por 2 milhões de pessoas.
- 2.3. Justificar que $\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t) = 3$ e interpretar este resultado no contexto da situação descrita.

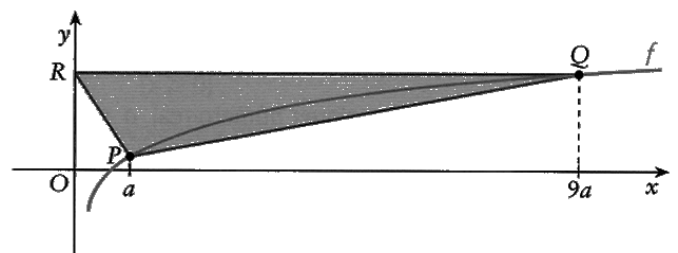
3. Sejam as funções g e h , de domínios $]1, +\infty[$ e $]-\infty, 2[$, respectivamente, definidas por

$$g(x) = \log_2(x-1) \text{ e por } h(x) = 1 + \log_2(2-x)$$

Resolver as questões seguintes por processos exclusivamente analíticos

- 3.1. Determinar as abcissas dos pontos de intersecção das funções g e h com o eixo Ox
- 3.2. Determinar o conjunto solução da equação $g(x) = h(x)$ e interpretar geometricamente o resultado.
- 3.3. Caracterizar a função h^{-1} inversa de h .

4. Na figura está parte da representação gráfica da função f , de domínio $|\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = \log_3 x$



Na figura está também representado um triângulo $[PQR]$.

Os pontos P e Q pertencem ao gráfico de f e as suas abcissas são a e $9a$, respectivamente (a designa um número real positivo)

O ponto R pertence ao eixo Oy e tem ordenada igual à de Q .

Mostrar que $\text{Área}_{\Delta[PQR]} = 9a$

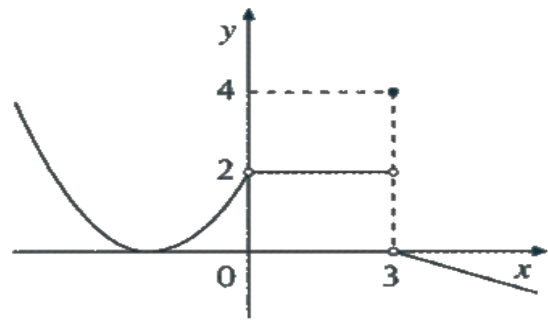
5. Na figura está representada parte do gráfico de uma função real de variável real m .

Indicar, caso existam, o valor de cada um dos seguintes limites:

5.1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} m(x)$

5.2. $\lim_{x \rightarrow 1} m(x)$

5.3. $\lim_{x \rightarrow 3} m(x)$



FIM

COTAÇÕES

Grupo I					1.1.	1.2.	2.1.	2.2.	2.3	3.1	3.2	3.3.	4.	5.1.	5.2.	5.3.	TOTAL
1	2	3	4	5	15	15	11	16	15	16	20	20	15	2	2	8	200



ESCOLA SECUNDÁRIA DE CASQUILHOS

12º Ano Turma B - C.C.H. de Ciências e Tecnologias -

Teste de Avaliação de Matemática A – V2

Duração: 90 min

03 Fev. 2010

Prof.: Maria João Mendes Vieira

Na folha de respostas, indicar de forma legível a versão da prova.

A ausência dessa indicação implica a classificação com zero pontos das respostas aos itens do Grupo I.

Utilizar apenas caneta ou esferográfica de tinta indelével, azul ou preta, excepto nas respostas que impliquem a elaboração de construções, de desenhos ou de outras representações, que podem ser primeiramente elaborados a lápis, sendo, a seguir, passados a tinta.

Utilizar a calculadora gráfica, sempre que for necessário.

Não é permitido o uso de corrector. Em caso de engano, deve riscar, de forma inequívoca, aquilo que pretende que não seja classificado.

Escrever de forma legível a numeração dos grupos e dos itens, bem como as respectivas respostas. As respostas ilegíveis ou que não possam ser identificadas são classificadas com zero pontos.

Para cada item, apresentar apenas uma resposta. Se escrever mais do que uma resposta a um mesmo item, apenas é classificada a resposta apresentada em primeiro lugar.

Para responder aos itens de escolha múltipla, escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única alternativa correcta.

Não apresente cálculos, nem justificações.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado do teste.

GRUPO I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única alternativa correcta.

Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a alternativa seleccionada.

Não apresente cálculos nem justificações.

1. Sejam a , b e c três números reais tais que $\log_a b = c$.

Qual é o valor de $\log_a(ab)$?

- (A) ac (B) $a + bc$ (C) $1 + c$ (D) $a + c$

2. O domínio da função $h(x) = \ln(x^2) + 3^x$ é:

- (A) $|\mathbb{R} \setminus \{0\}$ (B) $|\mathbb{R}^+$ (C) $|\mathbb{R}$ (D) $|\mathbb{R}_0^+$

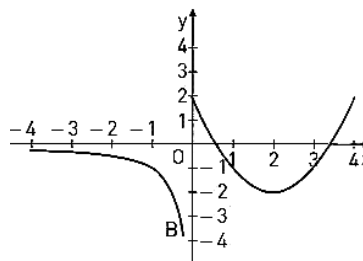
3. O João e a Joana convidaram quatro amigos para irem, com eles, ao cinema. Compraram seis bilhetes com numeração seguida, numa determinada fila, com seis lugares e distribuíram-nos ao acaso.

Qual é a probabilidade de o João e a Joana ficarem sentados nos **dois lugares do meio**?

- (A) $\frac{1}{15}$ (B) $\frac{1}{30}$ (C) $\frac{1}{60}$ (D) $\frac{1}{6}$

4. Considera a função j representada na figura ao lado.

Sendo $u_n = -\frac{1}{n^2}$ então $\lim j(u_n)$ é:



(A) 1

(B) 2

(C) 0

(D) $-\infty$

5. Admita que numa praia havia 1 milhão de bactérias às 0 horas de um determinado dia. Sabe-se que em média, cada bactéria reproduz-se em duas numa hora. Quantos milhões de bactérias existirão nessa praia às 9 horas desse dia ?

(A) 18

(B) 256

(C) 512

(D) 128

GRUPO II

Nas respostas aos itens deste grupo, apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1.

1.3. Seja E o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos **possíveis** ($A \subset E$ e $B \subset E$).

Prova que: $P(\overline{A \cup B}) = 2 - P(A) - P(B) - P(\overline{A \cup B})$

1.4. Numa sala de jantar de um hotel, encontram-se várias pessoas.

Sabe-se que:

- 10% são crianças, sendo os restantes adultos;
- 72% são adultos do sexo masculino;
- 80% são do sexo masculino.

Escolhe-se, ao acaso, uma pessoa que se encontra na sala de jantar.

Determina a probabilidade de não ser criança ou não ser do sexo masculino?

Apresenta o resultado na forma de percentagem.

Nota:: Se o desejar, utilize a igualdade referida em 1.1. Neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos A e B , no contexto da situação apresentada; no entanto, pode optar por resolver o problema por outro processo.

2. Uma empresa pretende lançar um novo produto através de publicidade na televisão. Fez um estudo e optou por um canal e um horário que tem cerca de 3 milhões de espectadores, que também são possíveis compradores do referido produto.

O modelo matemático para o número N (em milhões) de pessoas que depois de verem o anúncio t dias consecutivos estariam a comprar o produto seria

$$N(t) = 3(1 - e^{-0,059t})$$

Resolver todas as questões por processos exclusivamente analíticos

Nota: utilizar a calculadora apenas para efectuar cálculos numéricos, sempre que proceder a arredondamentos conservar no mínimo três casas decimais

- 2.1 Qual o número de pessoas que compraram o produto depois de verem o anúncio todos os dias durante uma semana? (apresente o resultado em milhões)
- 2.2. Determinar quantos dias seguidos são necessários para que o produto seja comprado por 2 milhões de pessoas.
- 2.3. Justificar que $\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t) = 3$ e interpretar este resultado no contexto da situação descrita.

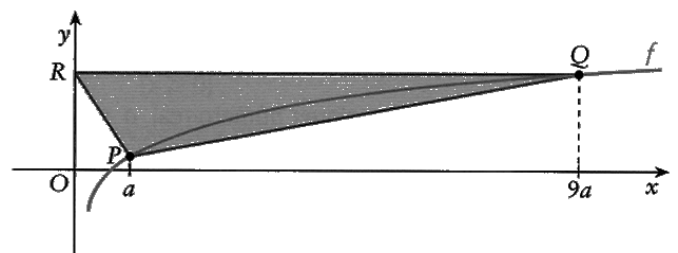
3. Sejam as funções g e h , de domínios $]1, +\infty[$ e $] -\infty, 2[$, respectivamente, definidas por

$$g(x) = \log_2(x-1) \text{ e por } h(x) = 1 + \log_2(2-x)$$

Resolver as questões seguintes por processos exclusivamente analíticos

- 3.1. Determinar as abcissas dos pontos de intersecção das funções g e h com o eixo Ox
- 3.2. Determinar o conjunto solução da equação $g(x) = h(x)$ e interpretar geometricamente o resultado.
- 3.3. Caracterizar a função h^{-1} inversa de h .

4. Na figura está parte da representação gráfica da função f , de domínio $|\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = \log_3 x$



Na figura está também representado um triângulo [PQR].

Os pontos P e Q pertencem ao gráfico de f e as suas abcissas são a e $9a$, respectivamente (a designa um número real positivo)

O ponto R pertence ao eixo Oy e tem ordenada igual à de Q.

Mostrar que $\text{Área}_{\Delta[PQR]} = 9a$

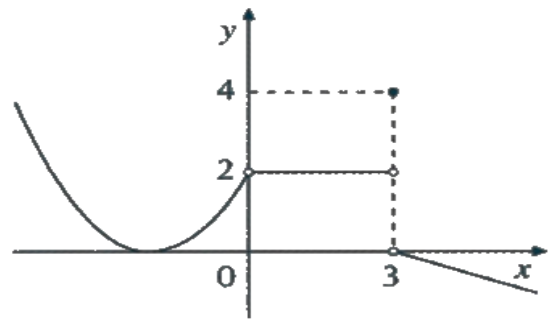
5. Na figura está representada parte do gráfico de uma função real de variável real m .

Indicar, caso existam, o valor de cada um dos seguintes limites:

5.1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} m(x)$

5.2. $\lim_{x \rightarrow 2} m(x)$

5.3. $\lim_{x \rightarrow 3} m(x)$



FIM

COTAÇÕES

Grupo I					1.1.	1.2.	2.1.	2.2.	2.3	3.1	3.2	3.3.	4.	5.1.	5.2.	5.3.	TOTAL
1	2	3	4	5	15	15	11	16	15	16	20	20	15	2	2	8	200