ESCOLA SECUNDÁRIA DE CASQUILHOS 11º Ano Turma **A** 22 Janeiro 2013

3º Teste de Avaliação de Matemática A **VERSÃO 1** **- PROPOSTA DE CORREÇÃO -**

GRUPO I

1.Opção (A) $sen\alpha - \frac{\alpha}{2}$ A área é a diferença entre a área do rectângulo e do sector circular. Base rectângulo = $sen\alpha$

2. Opção (B) $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AP} = 0$

3. $\boldsymbol{m = tg\theta} = \frac{2+1}{-1-4} = -\frac{3}{5}$ → Opção C

4. Opção A

Na opção B não ´há planos paralelos

Na opção C os 3 planos são paralelos

Na opção D há dois planos coincidentes

5. Opção C. Os vectores normais aos planos são perpendiculares$(1,-1,0)\cdot(0,0,1) = 0$

GRUPO II

1.

1.1. $f(x) = 2sen\frac{5\pi}{3} - tg\frac{8\pi}{3} - cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + sen(\pi - x) = -2sen\frac{\pi}{3} - \left(-tg\frac{\pi}{3}\right) - (-senx) + senx =$

$-2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} + senx + senx = 2senx, \forall x \in \mathbb{R}$

1.2. $f(x) = -1 \Leftrightarrow 2senx = -1 \Leftrightarrow senx = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z} \vee x = \frac{7\pi}{6} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Como $x \in [-\pi, \pi]$ as soluções são $x = -\frac{\pi}{6} \vee x = -\frac{5\pi}{6}$

2. $A(0,y), C(x,0) e\ B(x,y)$ então $\overrightarrow{OA} = (0,y)$ e $\overrightarrow{OB} = (x,y)$

$$\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 4 \Leftrightarrow (0,y).(x,y) = 4 \Leftrightarrow y^2 = 4 \Leftrightarrow y = 2$$

Como é um quadrado $x = y = 2$ e então $A(0,2)\ e\ C(2,0)$

3.

3.1. $C(0,4,0), B(4,4,0), V(2,2,5)$ então: $\overrightarrow{VB} = B - V = (2,2,-5)$ e $\overrightarrow{VC} = C - V = (-2,2,-5)$

$\vec{n} = (a,b,c)$ tal que

$$\begin{cases} \vec{n}.\overrightarrow{VB} = 0 \\ \vec{n}.\overrightarrow{VC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a,b,c).(2,2,-5) = 0 \\ (a,b,c).(-2,2,-5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 2b - 5c = 0 \\ -2a + 2b - 5c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2b - 5c + 2b - 5c = 0 \\ 2b - 5c = 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4b - 10c = 0 \\ ------ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{5c}{2} \\ 2a = 2 \times \frac{5c}{2} - 5c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{5c}{2} \\ 2a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{5c}{2} \\ a = 0 \end{cases}$$

Pelo que $\vec{n} = (a,b,c) = \left(0, \frac{5c}{2}, c\right)$. Se $c = 2$ então $\vec{n} = (0,5,2)$

E a equação do plano é $5(y-4) + 2z = 0 \Leftrightarrow 5y + 2z - 20 = 0$

3.2. Se o ponto $(3k, k+2, 1-k)$ pertence ao plano VBC: $5(k+2) + 2(1-k) - 20 = 0 \Leftrightarrow 5k + 10 + 2 -$

$k - 20 = 0 \Leftrightarrow 3k = 8 \Leftrightarrow k = \frac{8}{3}$

3.3. $\overrightarrow{AC} = C - A = (-4,4,0)$ Equações cartesianas da reta AC: $\frac{x-4}{-4} = \frac{y}{4} \wedge z = 0$

4.

4.1. Cota 0 → $-\frac{x}{2} = y - 1 = \frac{0+2}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{x}{2} = 1 \\ y - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$ Ou seja $P(-2,2,0)$

4.2. $\vec{r} = (-2,1,2)$ e $\overrightarrow{n_\alpha} = (1,-2,2)$. Como $\vec{r} \cdot \overrightarrow{n_\alpha} = (-2,1,2) \cdot (1,-2,2) = 0$ então $\vec{r} \perp \overrightarrow{n_\alpha}$ pelo que a reta é paralela ao plano.

4.3. $x - 2y + 2z - 5 = 0$ interseta o eixo OX quando $y = z = 0$ logo $x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$
Ponto $A(5,0,0)$
Se a reta é perpendicular ao plano tem a direcção do vetor normal ao plano $\overrightarrow{n_\alpha} = (1,-2,2)$
Logo as equações cartesianas de s são: $x - 5 = \frac{y}{-2} = \frac{z}{2}$

5.

5.1. $\begin{cases} 2\,x - y + z = 0 \\ x + 3y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\,(-3y) - y + z = 0 \\ x = -3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7y + z = 0 \\ x = -3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 7y \\ x = -3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{z}{7} \\ y = -\frac{x}{3} \end{cases}$

Equações cartesianas da reta de intersecção $-\frac{x}{3} = y = \frac{z}{7}$
Equação vectorial $(x, y, z) = (0,0,0,) + k(-3,1,7), k \in \mathbb{R}$
<u>**OU**</u>
Os pontos da reta são da forma $(-3y, y, 7y)$. Dando valores a y obtem-se dois pontos da recta e consequentemente um vetor.

5.2. Os pontos de interseção do plano π com os eixos coordenados são:
Com o eixo dos XX: $y = z = 0$ $logo$ $x = 1$ $\rightarrow A(1,0,0)$
Com o eixo dos YY: $x = z = 0$ $logo$ $y = -1$ $\rightarrow B(0,-1,0)$
Com o eixo dos ZZ: $x = y = 0$ $logo$ $z = -\frac{1}{2}$ $\rightarrow C(0,0,-\frac{1}{2})$

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (-1,-1,0) \quad \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 0^2} = \sqrt{2}$$
$$\overrightarrow{AC} = C - A = (-1,0,-\tfrac{1}{2}) \quad \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{(-1)^2 + \left(-\tfrac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\overrightarrow{BC} = C - B = (0,1,-\tfrac{1}{2}) \quad \|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{(1)^2 + \left(-\tfrac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Assim $\|\overrightarrow{AC}\| = \|\overrightarrow{BC}\|$ e $\|\overrightarrow{AC}\| = \|\overrightarrow{BC}\| \neq \|\overrightarrow{AB}\|$ logo o triângulo é isósceles .