



ESCOLA SECUNDÁRIA DE CASQUILHOS

12º Ano Turma B - C.C.H. de Ciências e Tecnologias -

Teste de Avaliação de Matemática A – V2

Duração: 90 min

02 Junho 2010

Prof.: Maria João Mendes Vieira

Na folha de respostas, indique claramente a versão do teste.
A ausência dessa indicação implica a classificação das respostas aos itens de escolha múltipla com zero pontos.

GRUPO I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas apenas o **número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a esse item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**
- Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. Seja h a função, de domínio $|\mathbb{R}$, definida por $h(x) = 2 \ln(\sqrt{e^x})$
(\ln designa logaritmo de base e)

- (A) $2x$ (B) x (C) $\frac{x}{2}$ (D) $2\sqrt{x}$

2. Para um certo número real positivo k , é contínua a função g , de domínio $|\mathbb{R}$, definida por:

$$g(x) = \begin{cases} e^{k+x}, & x \leq 0 \\ \frac{\text{sen}(3x)}{x}, & x > 0 \end{cases}$$

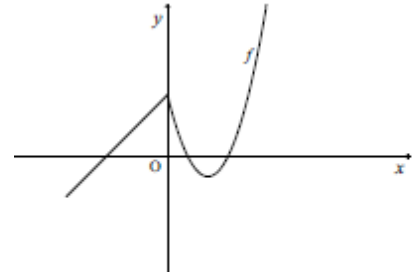
Qual é o valor de k ?

- (A) e^3 (B) 1 (C) $\log 3$ (D) $\ln 3$

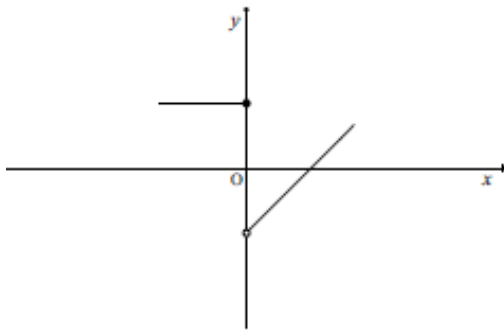
3. Considere todos os números de seis algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9.
Destes números, quantos têm exactamente um algarismo 4?

- (A) 8^5 (B) 9^5 (C) 6×8^5 (D) $6 \times {}^8A_5$

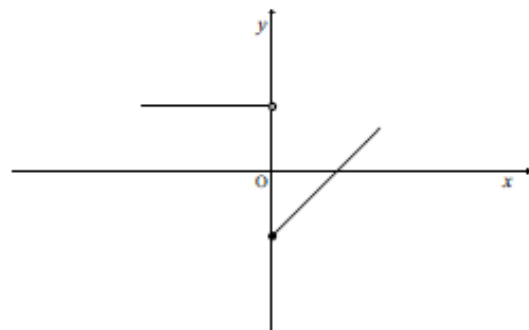
4. A figura representa parte do gráfico de uma função f de domínio \mathbb{R} . Em qual das figuras seguintes pode estar parte da representação gráfica de f' , derivada de f ?



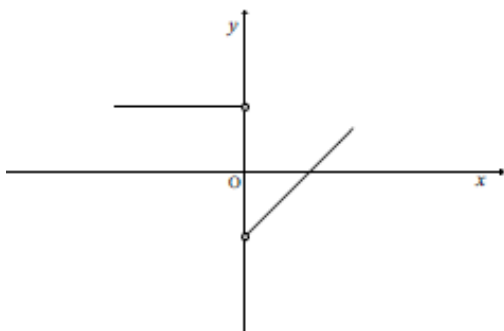
(A)



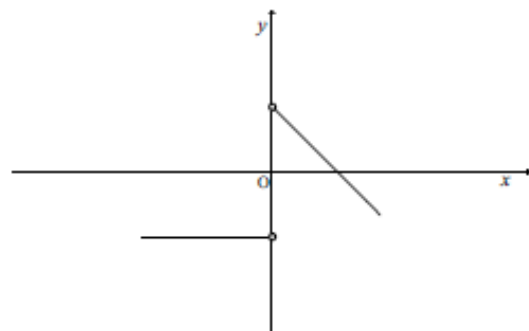
(B)



(C)



(D)



5. Seja h uma função contínua em \mathbb{R} . Qual das afirmações é necessariamente verdadeira?

- (A) O gráfico de h não tem assíntotas
- (B) O gráfico de h não tem assíntotas verticais
- (C) O gráfico de h tem assíntotas
- (D) O gráfico de h tem 2 assíntotas horizontais se e só se é par

GRUPO II

Nas respostas aos itens deste grupo, apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. Seja \mathbb{C} o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária. Considere $z = 2 + i$.

Determine $\frac{(z-2)^{11}}{(1+3i)^2}$, sem recorrer à calculadora. Apresente o resultado na forma $x + yi$, com $x \in \mathbb{R}$ e $y \in \mathbb{R}$

2. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$) de probabilidade não nula.

Prove que, sendo A e B incompatíveis $P(A) + P(B) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1$

3. Seja f a função de domínio $]-1; +\infty[$, definida por $f(x) = 4 - x + \ln(x + 1)$ (\ln designa logaritmo de base e)

Resolva **usando exclusivamente métodos analíticos**, os itens seguintes:

Nota: A calculadora pode ser utilizada em eventuais cálculos intermédios; sempre que proceder a arredondamentos, use, pelo menos, duas casas decimais.

3.1. Prove que a recta de equação $x = -1$ é a **única assíntota vertical** do gráfico de f .

3.2. Estude a função f , quanto à monotonia, no seu domínio.

Indique os intervalos de monotonia e, se existir algum extremo relativo, determine-o.

3.3. Justifique, aplicando o **Teorema de Bolzano**, que a função f tem, pelo menos, um zero no intervalo $]5;6[$

4. De uma função g de domínio $[0; 2\pi]$ sabe-se que a sua derivada g' está definida no mesmo intervalo e é dada por $g'(x) = x + \sin x$

Resolva **usando exclusivamente métodos analíticos**, os dois itens seguintes:

4.1. Escreva a equação da recta tangente ao gráfico de g no ponto de ordenada 1, onde o gráfico de g intersecta o eixo dos YY .

4.2. Estude a função g , quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão, no seu domínio.

4.3. Existe um valor de x para o qual a função derivada é igual a 2.

Determine esse valor, arredondado às centésimas, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora.

Apresente o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora e assinale o ponto relevante para a resolução do problema.

FIM

| Grupo I | | | | | Grupo II | | | | | | | | |
|---------|----|----|----|----|----------|----|------|------|-----|------|------|------|-------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3.1. | 3.2. | 3.3 | 4.1. | 4.2. | 4.3. | TOTAL |
| 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 20 | 20 | 15 | 20 | 20 | 15 | 20 | 20 | 200 |