EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES FRACCIONÁRIAS ♦ PROBLEMAS

1. Resolve, em $\mathbb{R}$, as equações:

1.1. $\frac{2x-5}{x+1}=\frac{x-1}{x+1}$ **1.2.** $\frac{x^2-x+1}{x+2}=2x+3$ **1.3.** $\frac{3}{x^2-4}+\frac{1-2x}{6-3x}+\frac{2}{3}=0$

2. Resolve, em $\mathbb{R}$, as inequações apresentando o resultado na forma de intervalo ou de união de intervalo de números reais:

2.1. $\frac{1}{2}+\frac{1}{x}<\frac{5}{4x+2}$

2.2. $5+\frac{1}{x}>\frac{16}{x}$

2.3. $1+\frac{5}{a-1}\leq\frac{7}{6}$

2.4. $\frac{x^2-16}{x^2-4x+5}\geq 0$

2.5. $2+\frac{1}{x-1}>\frac{1}{2x+1}$

2.6. $\frac{10}{x^2-5x+4}\geq 1$

3. Considera as funções reais de variável real $f(x)=-\frac{x}{2x-4}$ $g(x)=\frac{2}{x-2}$ $h(x)=\frac{1-3x}{x-9}$

3.1. Indica o domínio de cada uma das funções.

3.2. Indica o domínio e a expressão de:

3.2.1. $f+g-h$

3.2.2. $f\times g$

3.2.3. $\frac{f}{g}$

4. Considera a f.r.v.r. $f(x)=2-\frac{3}{x+1}$

4.1. Indica o domínio, contradomínio da função.

4.2. Determina as coordenadas dos pontos de intersecção com os eixos coordenados.

4.3. Resolve, analiticamente a condição $f(x)\geq 3$ apresentando o resultado na forma de intervalo ou de reunião de intervalo de números reais.

4.4. Recorre às capacidades gráficas da calculadora para resolver a condição $f(x)<x^2$.
Apresenta todos os gráficos utilizados e as coordenadas dos pontos relevantes.
Coordenadas arredondadas às centésimas.

5. Considera a função, real de variável real h, definida por $h(x)=\frac{x+6}{x-3}$

5.1. Indica o domínio de h e determina os seus zeros.

5.2. Determina as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico de h com o eixo das ordenadas.

5.3. Determina o conjunto solução da condição $h(x)\geq x-2$

5.4. Escreve a função h na forma $y=b+\frac{a}{x-c}$ e indica as equações das assíntotas do seu gráfico.

5.5. O gráfico de h obtem-se do gráfico de $y=\frac{9}{x}$ por uma translação associada a um vector $\vec{v}$.
Indica as suas coordenadas.

6. Considera as funções g e h, definidas por: . $g(x) = \frac{x^2-1}{8-x}$ e . $h(x) = \frac{x^3-x^2-14x+24}{x^2-4}$

6.1. A função g tem uma assíntota vertical e uma assíntota obliqua.
Escreve as equações dessas assíntotas.

6.2. Simplifica a função h e indica o domínio em que essa simplificação é válida.

6.3. Determina as soluções <u>naturais</u> da condição $g(x) > \frac{1}{x}$

7. Considera a função real de variável real $j(x) = \frac{2x^2+x-1}{x-3}$.

7.1. Determina o conjunto solução da equação $j(x) = -\frac{11}{2}$

7.2. Determina os números reais a, b e c tais que $j(x) = ax + b + \frac{c}{x-3}$

7.3. Escreve as equações das assíntotas do gráfico de j.

8. Numa serração o custo médio por peça, $C(x)$, em euros, para produzir x peças de madeira é dado por:

$$C(x) = \frac{300}{x+10}$$

8.1. Se se produzirem 590 peças, qual é o custo de cada peça?

8.2. Se o custo médio por peça for $1{,}50$€, determina quantas peças foram produzidas.

8.3. Determina o número mínimo de peças têm que ser produzidas de modo que o custo médio por peça seja inferior a 3€.

8.4. Representa graficamente a função no contexto do problema e justifica o que acontece ao custo médio por peça quando o número de peças produzidas aumenta muito.

9. Num lago artificial foram colocados 100 000 peixes.
O número, N, de peixes no lago, em milhares, é dado por: $N(t) = \frac{20(5+2t)}{1+0{,}06t}$ t é o tempo, em anos, decorridos desde o instante em que os peixes foram colocados no lago.

9.1. Completa a tabela:

t	0	5	10	15	20
N					

9.2. Com o decorrer do tempo o número de peixes no lago tende em estabilizar. Justifique a veracidade desta afirmação.

9.3. Quanto tempo deverá decorrer, após o instante em que inicialmente os peixes são colocados no lago, para que a população inicial duplique?