



ESCOLA SECUNDÁRIA DE CASQUILHOS

11º Ano Turma D M.A.C.S. - C.C.H. de Línguas e Humanidades –

FICHA DE REVISÕES nº 1 2012/2013

Nome: _____

Prof.: *Maria João Mendes Vieira*

SISTEMAS DE REPRESENTAÇÃO PROPORCIONAL + GRAFOS PROBLEMAS SAÍDOS EM EXAMES NACIONAIS

SISTEMAS DE REPRESENTAÇÃO PROPORCIONAL

2009 – 1ª fase

1. Nos processos eleitorais, a conversão do número de votos em mandatos pode ser feita utilizando métodos diferentes.

Segundo o método de Hamilton, a distribuição dos mandatos pelas listas concorrentes faz-se da seguinte forma:

- calcula-se o divisor padrão (DP), dividindo o número total de votos pelo número de mandatos da Assembleia de Freguesia;
- calcula-se a quota padrão (QP) para cada um dos concorrentes, dividindo o número de votos de cada concorrente pelo divisor padrão;
- atribui-se a cada concorrente um número de mandatos igual à parte inteira da quota padrão;
- caso ainda restem mandatos para distribuir, ordenam-se, por ordem decrescente, as partes decimais das várias quotas padrão e atribuem-se os mandatos que restam (um para cada concorrente) aos concorrentes cujas quotas padrão tenham partes decimais maiores;
- na atribuição do último mandato, se houver dois concorrentes com quotas padrão que apresentem a mesma parte decimal, atribui-se o último mandato ao concorrente com menor número de mandatos.

Em 25 de Novembro de 2007, ocorreram as eleições para a Assembleia de Freguesia de Monte da Azinha. Para o preenchimento dos nove lugares da referida Assembleia, concorreram cinco partidos, em listas separadas. Cada lugar corresponde a um mandato. Após o apuramento geral, os resultados foram os seguintes.

O António é um habitante dessa freguesia. Ele afirma que, no apuramento dos lugares a atribuir a cada partido, o resultado da distribuição dos nove lugares pelas listas concorrentes é o mesmo, quer se aplique o **método de Hondt**, quer se aplique o método de Hamilton.

Mostre que o António tem razão.

Partido	Número de votos
A	454
B	438
C	49
D	463
E	29

Na sua resposta deve:

- Apresentar a distribuição dos 9 lugares aplicando o método de Hondt;
- Apresentar a distribuição dos 9 lugares aplicando o método de Hamilton;
- Apresentar a conclusão.

1. No dia 27 de Setembro de 2009, realizaram-se, em Portugal, eleições para a Assembleia da República.

Na Tabela 1, estão indicados o número de votos validamente expressos e o número de mandatos distribuídos pelo método de Hondt, obtidos num certo círculo eleitoral por cada um dos cinco partidos mais votados nas referidas eleições. Os votos em branco ou nulos não foram considerados como votos validamente expressos.

Tabela 1

Partido	A	B	C	D	E
Número de votos	80 676	74 745	28 887	18 971	6148
Número de mandatos	4	4	1	0	0

- 1.1. O presidente do Partido C considera que o resultado da distribuição dos nove mandatos se alteraria caso o seu partido se tivesse coligado ou com o Partido D ou com o Partido E.

Admita que, em cada uma dessas coligações, o número de votos obtido pela coligação era igual à soma dos números de votos validamente expressos nos partidos que formavam a coligação, e que o número de votos dos outros partidos não sofria alteração.

Averigüe se existe fundamento na consideração do presidente do Partido C, aplicando o método de Hondt nos dois casos: C coligado com D e C coligado com E.

Apresente os quocientes do método de Hondt arredondados com uma casa decimal.

- 1.2. Um comentador televisivo afirma que a distribuição de mandatos que consta da Tabela 1 seria diferente se os nove mandatos fossem distribuídos pelo método de Webster.

Segundo o método de Webster, a distribuição de mandatos faz-se da forma seguinte:

- calcula-se o divisor padrão, dividindo-se o número total de votos pelo número total de mandatos;
- calcula-se a quota padrão para cada um dos partidos, dividindo-se o número de votos de cada partido pelo divisor padrão;
- se a parte decimal da quota padrão for menor que 0,5, atribui-se a cada partido uma quota arredondada igual ao maior número inteiro menor que a quota padrão (por exemplo, se a quota padrão for igual a 6,452, a quota arredondada é 6); se a parte decimal da quota padrão for maior que ou igual a 0,5, atribui-se a cada partido uma quota arredondada igual ao resultado da adição de 1 com o maior número inteiro menor que a quota padrão (por exemplo, se a quota padrão for igual a 6,501, a quota arredondada é 7);
- caso a soma das quotas padrão arredondadas seja igual à soma dos mandatos a distribuir, o método dá-se por finalizado, e assume-se que o número de mandatos para cada partido é igual à quota padrão arredondada; caso a soma das quotas padrão arredondadas seja diferente do número de mandatos a distribuir, é necessário encontrar um divisor modificado, substituto do divisor padrão, de modo a calcular a quota modificada de cada partido;
- repetem-se as três etapas anteriores até se obter a soma das quotas padrão modificadas igual ao número de mandatos a distribuir.

Mostre que o comentador televisivo tem razão, aplicando o método de Webster.

Apresente o divisor padrão e as quotas padrão arredondadas com três casas decimais.

GRAFOS

2006 – 1ª fase

Alguns visitantes menos civilizados do Parque da Pena, em Sintra, têm por hábito deixar para o chão sacos de plástico, paus de gelado, latas de refrigerante, etc. Um grupo de jovens amantes da natureza decide, durante uma tarde, ajudar a recolher todo o lixo existente nos caminhos duma zona do Parque. Na figura, está um mapa dessa zona do Parque da Pena. Os cruzamentos dos caminhos estão assinalados por letras, de A a F.



Admita que o grupo de jovens parte do ponto A, assinalado no mapa, percorre todos os caminhos assinalados, recolhendo o lixo, e regressa ao ponto A.

- 2.1. O grupo de jovens tem de percorrer pelo menos um caminho, mais do que uma vez. Justifique esta afirmação, começando por modelar, por meio de um grafo, o mapa da zona do Parque da Pena representado na figura.
- 2.2. Indique um percurso em que o número de caminhos percorridos mais do que uma vez seja o menor possível. Dê a sua resposta na forma de uma sequência de letras, de acordo com a sequência de cruzamentos do percurso por si escolhido.

2009 – 2ª fase

A empresa GNC, de transporte de gás natural comprimido, está sediada em Sines. A sua frota de distribuição utiliza diferentes trajetos, que ligam as cidades de Coimbra, Évora, Faro, Lagos, Porto, Vila Real e Sines. A distribuição começa sempre em Sines e termina sempre em Sines.

Na figura 1, encontra-se o grafo que serve de modelo aos vários circuitos utilizados pela GNC. Cada vértice do grafo representa uma cidade, e cada aresta representa um trajeto que liga duas cidades.

2.1. Mostre que não é possível organizar um circuito que permita que um camionista da GNC cumpra, em simultâneo, as seguintes condições:

- Entregar gás natural comprimido em todas as cidades representadas no grafo da figura 1;
- Percorrer, uma e uma só vez, cada trajeto representado;
- Percorrer todos os trajetos representados.



Fig. 1

2.2. Considere, agora, apenas os circuitos que incluem as cidades de Évora, Porto, Vila Real e Sines, percorridas não necessariamente por esta ordem. Na tabela seguinte, encontram-se as distâncias entre cada duas dessas cidades quando se percorrem os trajetos indicados pelas arestas do grafo da figura 1.

	Porto	Vila Real	Sines
Évora	406 km	525 km	172 km
Porto	—	125 km	442 km
Vila Real	—	—	559 km

O preço do transporte cobrado pela empresa GNC aos clientes é de € 2,00 por quilómetro.

A empresa GNC faz um desconto de 8% sobre o preço total de transporte quando o camião, partindo da refinaria de Sines, faz entregas de gás natural comprimido nas cidades de Évora, Porto e Vila Real (percorridas não necessariamente por esta ordem), passando apenas uma vez por cada cidade, e regressa à refinaria em Sines.

Determine o preço mínimo, em euros, que o comprador paga por cada transporte.

Na sua resposta deve:

- Indicar o número de circuitos possíveis e as respetivas extensões, referindo apenas os que têm extensão distinta e obedecem aos critérios definidos;
- Calcular o preço a pagar pelo menor circuito.

2011 – 1ª fase

5. Na Figura 1, encontra-se o grafo que serve de modelo aos percursos utilizados pela RecSol, uma empresa de recolha de resíduos sólidos.

Cada vértice do grafo representa um local de recolha de resíduos sólidos, e cada aresta representa uma estrada que liga dois desses locais.



Figura 1

Na Tabela 2, encontram-se registadas as distâncias mínimas, em metros, entre cada dois locais de recolha de resíduos sólidos, representados pelos vértices do grafo da Figura 1, quando se percorrem as estradas representadas pelas arestas do mesmo grafo.

Tabela 2

	A	B	C	D	E	F	G
A	—	1268	—	—	—	—	1248
B	—	—	1421	—	712	988	—
C	—	—	—	911	941	—	—
D	—	—	—	—	1001	—	—
E	—	—	—	—	—	1198	—
F	—	—	—	—	—	—	882
G	—	—	—	—	—	—	—

5.1. O António, um motorista da empresa RecSol, quer verificar se existem resíduos abandonados ao longo das estradas. Pretende partir do local representado pela letra A, percorrer todas as estradas, sem as repetir, e regressar ao mesmo local.

Podem todas as pretensões do António ser satisfeitas, em simultâneo?

Justifique a sua resposta.

5.2. A RecSol vai ligar todos os locais de recolha de resíduos sólidos com um cabo de fibra óptica, utilizando algumas das estradas representadas no grafo da Figura 1.

De modo a usar a menor extensão de cabo de fibra óptica, a empresa contactou dois especialistas em instalação de fibra óptica, o João e o José.

O João afirma, sem recurso a nenhum método, que a ligação que requer menos cabo é $\{(A, B), (F, G), (B, F), (B, E), (C, E), (C, D)\}$

O José propõe uma ligação apoiando-se no uso do algoritmo seguinte.

Algoritmo

Passo 1: Escolhem-se as duas arestas com o menor valor de distância.

Passo 2: Escolhe-se a aresta seguinte com o menor valor de distância, desde que essa aresta não feche um circuito.

Passo 3: Repete-se o ponto anterior até que todos os vértices façam parte da árvore, tendo em conta as regras seguintes:

- se houver empate na escolha de arestas, selecciona-se a aresta aleatoriamente;
- se a aresta a escolher fechar um circuito, essa aresta não deve ser considerada.

Indique qual das duas propostas deve escolher a empresa, de modo a usar a menor extensão de cabo de fibra óptica.

Na sua resposta, deve:

- determinar o número de metros da proposta do João;
- aplicar ao grafo da Figura 1 o algoritmo proposto pelo José;
- determinar o número de metros da proposta do José;
- apresentar uma conclusão sobre a escolha da empresa.