

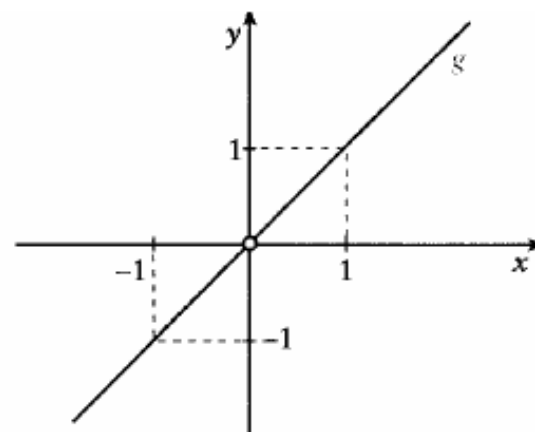
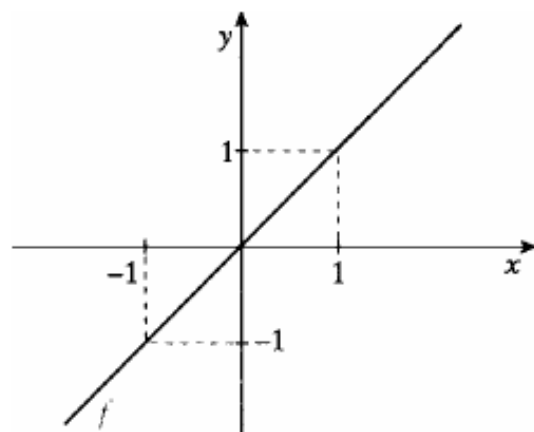
# FUNÇÕES RACIONAIS

OPERAÇÕES COM FUNÇÕES

# IGUALDADE DE FUNÇÕES

Serão iguais as funções  $f$  e  $g$  definidas por:  $f(x)=x$  e  $g(x)=\frac{x^2}{x}$  ?

Observando o gráfico de cada uma das funções tem-se:



Os gráficos de  $f$  e  $g$  não são iguais. A função  $g$  não é contínua. O ponto  $(0, 0)$  não pertence ao gráfico de  $g$ .

Logo, as funções  $f$  e  $g$  não são iguais porque o domínio de  $f$  ( $D_f = \mathbb{R}$ ) e o domínio de  $g$  ( $D_g = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ).

# IGUALDADE DE FUNÇÕES

Duas funções  $f$  e  $g$ , reais de variável real, são iguais se:

1.  $D_f = D_g$
2.  $f(x) = g(x), \forall x \in D_f$

$$f(x) = (x-1)^2$$

$$g(x) = x^2 - 2x + 1$$

# Definir uma função

Para definir uma função deve indicar-se o domínio, o conjunto de chegada (no caso das funções reais de variável real é sempre  $\mathbb{R}$ ) e uma expressão analítica que permita determinar a imagem de cada objecto.

# FUNÇÃO SOMA

Função soma

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x); \quad D_{f+g} = D_f \cap D_g$$

$$\begin{aligned}(f+g)(x) &= x^2+1+x+1 \\ &= x^2+x+2\end{aligned}$$

$$D_{f+g} = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R}$$

•  $f+g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
x ↦ y = x<sup>2</sup>+x+2

# FUNÇÃO DIFERENÇA

.Função diferença

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x); D_{f-g} = D_f \cap D_g$$

$$\begin{aligned}(f-g)(x) &= x^2 + 1 - (x + 1) \\ &= x^2 - x\end{aligned}$$

$$D_{f-g} = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R}$$

•  $f-g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
     $x \quad \quad y = x^2 - x$

# FUNÇÃO PRODUTO

Função Produto

$$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x); \quad D_{f \times g} = D_f \cap D_g$$

$$(f \times g)(x) = (x^2 + 1)(x + 1) \\ = x^3 + x^2 + x + 1$$

$$D_{f \times g} = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R}$$

•  $f \times g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
x  $\rightarrow$  y =  $x^3 + x^2 + x + 1$

# FUNÇÃO QUOCIENTE

Função quociente

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}; \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g \cap \{x \in \mathbb{R} : g(x) \neq 0\}$$

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} \cap \mathbb{R} \setminus \{-1\} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$$\bullet \frac{f}{g} : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$$