ESCOLA SECUNDÁRIA DE CASQUILHOS

Matemática A 12º Ano

FORMULÁRIO

Conjunto dos números complexos $\mathbb{C} = \{z = a + bi : a, b \in \mathbb{R} \wedge i = \sqrt{-1}\}$ $\boxed{i^2 = -1}$

- ***a*** é a parte real de z : ***Re z = a***
- ***b*** é o coeficiente da parte imaginária de z : ***Im z = b***

Imaginário Puro – número complexo cuja parte real é zero, isto é $\boldsymbol{z = bi}, b \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$

FORMA ALGÉBRICA $z = a + bi$

Módulo

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Conjugado

$$\bar{z} = a - bi$$

Potências de i

i^0	1
i^1	i
i^2	-1
i^3	-i

Divide-se o expoente por 4. O resto é a nova potência a que se aplica a tabela.

Simétrico

$$-z = -a - bi$$

Todo o número complexo tem um e um só simétrico.

Operações com números complexos na forma algébrica

Igualdade

$$x + yi = a + bi \Leftrightarrow x = a \wedge y = b$$

Adição e subtracção

$$(a + bi) \pm (c + di) = (a \pm c) + (b \pm d)i$$

Multiplicação

$$(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

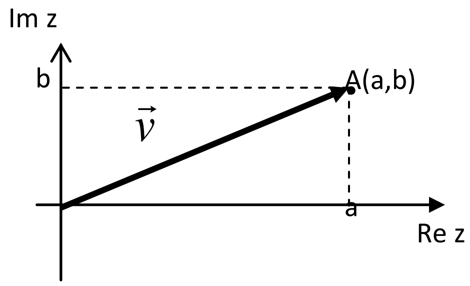
Divisão

$$\frac{a + bi}{c + di} = \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} = \frac{ac + bd}{a^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{a^2 + d^2}i$$

Raíz quadrada de um real negativo

$$\sqrt{-k} = \sqrt{(-1)k} = i\sqrt{k}$$

REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA



Plano de Argand – plano com referencial ortonormado onde cada ponto representa um complexo. A cada número complexo z = *a + bi* corresponde:

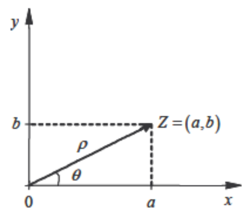
- Um par ordenado (a,b)
- Um ponto - **Afixo de z**- do plano A(a,b)
- **Vector imagem ou imagem vectorial** $\vec{v}$ = (a,b) , $\|\vec{v}\| = \sqrt{a^2 + b^2}$

FORMA TRIGONOMÉTRICA $z = \rho(\cos\theta + i\sin\theta) = \rho cis\,\theta$

Módulo - comprimento do vector imagem $|z| = \rho = \sqrt{a^2 + b^2}$

Argumento - amplitude, em radianos, do ângulo θ que o vector faz com a parte positiva do eixo real

$$\arg z = \theta + k2\pi \ \text{ com } k \in Z$$



Conjugado $\bar{z} = \rho cis(-\theta)$ **Simétrico** $-z = \rho cis(\theta + \pi)$

http://malvadamatematica.yolasite.com/

Forma trigonométrica ↔ *Forma algébrica*

- $a+bi \rightarrow \rho=\sqrt{a^2+b^2} \quad e \quad tg\theta=\dfrac{b}{a}$ (acertar quadrante)
- $\rho\, cis\theta \rightarrow a=\rho\cos\theta \wedge b=\rho\, sen\theta$

Operações com números complexos na forma trigonométrica

Igualdade

$$z_1=z_2 \Leftrightarrow \rho_1=\rho_2 \wedge \theta_1=\theta_2+2k\pi, k\in Z$$

Multiplicação

$$z_1z_2=\rho_1\rho_2 cis(\theta_1+\theta_2)$$

Divisão

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{\rho_1}{\rho_2}cis(\theta_1-\theta_2)$$

Potenciação

$$z^n=\rho^n cis(n\theta), n\in N$$

Radicação

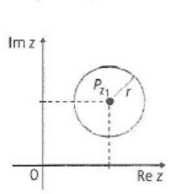
$$\sqrt[n]{z}=\sqrt[n]{\rho}cis\frac{\theta+2k\pi}{n}$$

k = 0, 1, …, *n* -1   *n* raízes diferentes

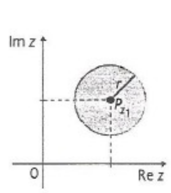
DOMÍNIOS PLANOS E CONDIÇÕES COM VARIÁVEL COMPLEXA

- *Re z* = constante ⇨ recta vertical
- *Im z* = constante ⇨ recta horizontal
- $|z-z_0|=$ Distância entre os afixos z e z_0
- $|z-z_1|=r$ circunferência de centro z_1 e raio r
- $|z-z_1|\leq r$ interior da circunferência de centro z_1 e raio r
- $|z-z_1|\geq r$ exterior da circunferência de centro z_1 e raio r
- $|z-z_1|=|z-z_2|$ mediatriz do segmento de recta cujos extremos são os afixos de z_1 e z_2

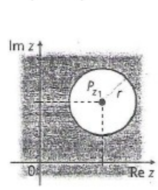
$|z-z_1|=r$



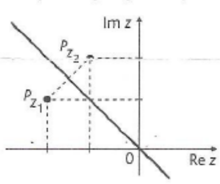
$|z-z_1|\leq r$



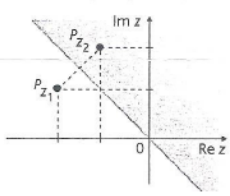
$|z-z_1|\geq r$



$|z-z_1|=|z-z_2|$

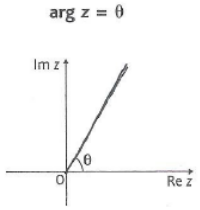


$|z-z_1|\geq|z-z_2|$

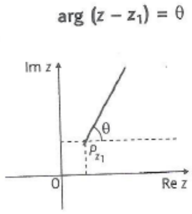


- $\arg(z-z_1)=\theta$, (θ constante) ⇨ semi-recta com origem em z_1 fazendo θ rad com O*x*

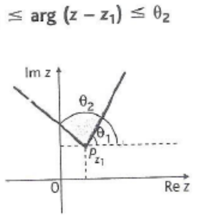
$\arg z=\theta$



$\arg(z-z_1)=\theta$



$\theta_1\leq\arg(z-z_1)\leq\theta_2$



http://malvadamatematica.yolasite.com/