FORMULÁRIO

Taxa Média de variação $t.m.v._{[a,b]} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

Interpretação Física: Velocidade média
Interpretação geométrica: **declive da recta secante** ao gráfico de *f* nos pontos de abcissa *a* e *b*

DERIVADAS

Derivada de uma função num ponto (taxa de variação instantânea)

$$f'(x_0) = \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \quad \text{ou} \quad f'(x_0) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

Interpretação Física: Velocidade instantânea
Interpretação geométrica: **declive da recta tangente** ao gráfico de *f* nos pontos de abcissa x_0

- Se $f'(x_0) \in |R$ a função diz-se **derivável** (ou diferenciável) nesse ponto.

DERIVADAS LATERAIS

- **Derivada Lateral Direita de *f* em x_0** $f'(x_0^+) = \lim_{x\to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ ou $f'(x_0^+) = \lim_{h\to 0^+} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$
- **Derivada Lateral Esquerda de *f* em x_0** $f'(x_0^-) = \lim_{x\to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ ou $f'(x_0^-) = \lim_{h\to 0^-} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

Existe $f'(x_0)$ se existirem e forem iguais as derivadas laterais de *f*

DERIVABILIDADE E CONTINUIDADE

TEOREMA: Se uma função é derivável (tem derivada finita) num ponto então é contínua nesse ponto.

- ✓ Se a função não for contínua num ponto não é derivável nesse ponto
- ✓ Uma função pode ser contínua num ponto e não ser derivável nesse ponto (Continuidade não implica Derivabilidade)

FUNÇÃO DERIVADA

Se uma função for derivável num determinado conjunto, pode nele definir-se uma função que se diz função derivada de *f*. Representa-se por ***f'*** e associa a cada ponto do conjunto o valor da derivada nesse ponto.

REGRAS DE DERIVAÇÃO

$(u+v)' = u' + v'$

$(u.v)' = u'.v + u.v'$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v - u.v'}{v^2}$

$(u^n)' = n.u^{n-1}.u' \quad (n \in \mathbb{R})$

$(e^u)' = u'.e^u$

$(a^u)' = u'.a^u.\ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

$(\log_a u)' = \frac{u'}{u.\ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

$(\operatorname{sen} u)' = u'.\cos u$

$(\cos u)' = -u'.\operatorname{sen} u$

$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$

SEGUNDA DERIVADA

Sendo *f* uma função e *f'* a sua função derivada. Se *f'* admite derivada no ponto x_0 então diz-se que ***f''* é a segunda derivada** de *f* no ponto x_0 e representa-se por $\boldsymbol{f''(x_0)}$.

Se uma função *f'* for derivável num determinado conjunto, pode nele definir-se uma função que se diz segunda derivada de uma função *f*. Representa-se por *f''* e associa a cada ponto do conjunto o valor da derivada de *f'* nesse ponto.

Interpretação Física: Aceleração instantânea

APLICAÇÕES DAS DERIVADAS

INTERVALOS DE MONOTONIA

- Se uma função tem **derivada positiva ou nula** em todos os pontos de um determinado intervalo, é **crescente** (em sentido lato) nesse intervalo e vice-versa
- Se uma função tem **derivada negativa ou nula** em todos os pontos de um determinado intervalo, é **decrescente** (em sentido lato) nesse intervalo e vice-versa
- Se uma função tem derivada nula em todos os pontos de um intervalo, ela é constante nesse intervalo

EXTREMOS

Num intervalo]a,b[os extremos relativos de uma função só podem surgir:

✓ nos **zeros da função derivada** desde que haja mudança do sinal da derivada :

- Se ***f ‘* muda de positiva para negativa** em c, então *f*(c) é um **máximo relativo** de *f*
- Se ***f ‘* muda de negativa para positiva** em c, então *f*(c) é um **mínimo relativo** de *f*

✓ nos pontos onde não há derivada desde que as derivadas laterais tenham sinais contrários (ou uma delas seja nula)

‣ Se *f ‘* < 0 ou *f ’* > 0 para todos os valores de um dado intervalo ainda que *f ’*(c) = o , *f*(c) **não é** um extremo de *f*

SENTIDO DAS CONCAVIDADES

- Se uma função tem **2ª derivada positiva** em todos os pontos de um determinado intervalo, o gráfico de *f* tem **concavidade voltada para cima** nesse intervalo e vice-versa (*f ’* é crescente)

- Se uma função tem **2ª derivada negativa** em todos os pontos de um determinado intervalo, o gráfico de *f* tem **concavidade voltada para baixo** nesse intervalo e vice-versa (*f ’* é decrescente)

PONTOS DE INFLEXÃO

Sendo *f* uma função contínua num intervalo, os pontos de inflexão:

✓ São os **zeros da 2ª derivada** (abcissas dos extremos de *f ‘*) onde há mudança de sinal

✓ São os pontos onde não há 2ª derivada se existir 2ª derivada numa vizinhança à esquerda e noutra à direita do ponto, com sinais diferentes (ou nula num deles)

ESTUDO DE FUNÇÕES

- Domínio
- Pontos de intersecção com os eixos (zeros e intersecção como eixo dos YY)
- Continuidade
- Assímptotas
- Monotonia e extremos
- Sentido das concavidades e pontos de inflexão