



Tema I - PROBABILIDADES E COMBINATÓRIA

Redacções Matemáticas

☒ I. Uma caixa contém bolas, indistinguíveis ao tacto, numeradas de 1 a 20. As bolas numeradas de 1 a 10 têm cor verde, e as bolas numeradas de 11 a 20 têm cor amarela. Considere a experiência aleatória que consiste em retirar, sucessivamente, duas bolas da caixa, não repondo a primeira bola retirada, e em registar a cor das bolas retiradas.

Considere os acontecimentos:

A: «A 1.ª bola retirada é verde.»

B: «A 2.ª bola retirada é amarela.»

C: «O número da 2.ª bola retirada é par.»

Qual é o valor da probabilidade condicionada $P((B \cap C)|A)$?

A resposta correcta a esta questão é $P((B \cap C)|A) = \frac{5}{19}$

Numa pequena composição, **sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada**, explique o valor dado, começando por interpretar o significado de $P((B \cap C)|A)$, no contexto da situação descrita e fazendo referência:

- à Regra de Laplace;
- ao número de casos possíveis;
- ao número de casos favoráveis.

Exame Nacional Matemática A – 635 1ª fase 2009

☒ II. Em duas caixas, A e B, introduziram-se bolas indistinguíveis ao tacto:

- na caixa A: algumas bolas verdes e algumas bolas azuis;
- na caixa B: três bolas verdes e quatro azuis.

Retira-se, ao acaso, uma bola da caixa A e coloca-se na caixa B. De seguida, retira-se, também ao acaso, uma bola da caixa B.

Sabendo que a probabilidade de a bola retirada da caixa B ser azul é igual a $\frac{1}{2}$, Numa pequena composição explique que a bola que foi retirada da caixa A e colocada na caixa B tinha cor verde.

Exame Nacional Matemática A – 635 1ª fase 2008 (adaptado)

☒ III. De uma caixa com dez bolas brancas e algumas bolas pretas, extraem-se sucessivamente, e ao acaso, duas bolas, não repondo a primeira bola extraída, antes de retirar a segunda.

Considere os acontecimentos:

A: «a primeira bola extraída é preta»;

B: «a segunda bola extraída é branca».

Sabe-se que $P(B|A) = \frac{1}{2}$ ($P(B|A)$ designa probabilidade de B, se A)

Quantas bolas pretas estão inicialmente na caixa? Numa pequena composição, justifique a sua resposta, começando por explicar o significado de $P(B|A)$, no contexto da situação descrita.

Exame Nacional Matemática A – 635 1ª fase 2006



I 15 pontos

A composição deve abordar os seguintes pontos:

- Interpretação de $P((B \cap C) | A)$: significa a probabilidade de a segunda bola retirada ter cor amarela e ter número par, sabendo que a primeira bola retirada é verde;
- Explicação do número de casos possíveis: como foi retirada uma bola e não há reposição, existem 19 bolas possíveis para a 2.ª extração;
- Explicação do número de casos favoráveis: uma vez que a primeira bola retirada é verde, continuam na caixa as 10 bolas amarelas, numeradas de 11 a 20, das quais existem cinco com número par;
- Concluir que a probabilidade é $\frac{5}{19}$. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade de um acontecimento é o quociente entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis, quando estes são todos equiprováveis (não se exige que o examinando refira a equiprobabilidade dos casos possíveis).

Na tabela seguinte, indica-se como deve ser classificada a resposta a este item, de acordo com os níveis de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa, descritos nos critérios gerais, e os níveis de desempenho no domínio específico da disciplina.

Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa		Níveis*			
		1	2	3	
Níveis**	4	A composição aborda correctamente os quatro pontos.	13	14	15
	3	A composição aborda correctamente apenas três pontos.	9	10	11
	2	A composição aborda correctamente apenas dois pontos.	5	6	7
	1	A composição aborda correctamente apenas um ponto.	1	2	3

* Descritores apresentados nos critérios gerais.

** Apenas podem ser atribuídas classificações correspondentes a um dos valores constantes do quadro. Não há lugar a classificações intermédias.

Proposta de correção (APM 09)

$P((B \cap C) | A)$ significa “probabilidade de a 2ª bola ser amarela e ter número par, sabendo que a 1ª bola extraída foi verde”.

Retirada a bola verde das 20 bolas, os casos possíveis para a 2ª extração são 19.

Há 5 casos favoráveis, que são as bolas amarelas com número par, ou seja, as amarelas numeradas com 12, 14, 16, 18 e 20.

Dado que os acontecimentos elementares são equiprováveis, pode utilizar-se a Lei de Laplace para o cálculo da probabilidade, sendo esta o quociente entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis.

Assim, a probabilidade pedida é dada por $\frac{5}{19}$.

II. Sabendo que a probabilidade da bola retirada da caixa B ser azul é igual a e que há apenas bolas azuis e verdes dentro da caixa com igual probabilidade de serem retiradas, então terá que haver na caixa B o mesmo número de bolas verdes e azuis. 12

Dado que inicialmente havia dentro da caixa B menos 1 bola verde do que azuis então a bola recebida da caixa A teve que ser necessariamente verde. (APM 08)

III. No contexto da situação descrita, $P(B | A)$ significa «probabilidade de a segunda bola extraída ser branca, sabendo que a primeira bola extraída foi preta».

Do facto de essa probabilidade ser $\frac{1}{2}$, decorre que, após a extração de uma bola preta, ficaram, na caixa, tantas bolas pretas como brancas. Portanto, ficaram na caixa dez bolas pretas.

Podemos assim concluir que, inicialmente, havia onze bolas pretas na caixa.

GAVE 06

