



# ESCOLA SECUNDÁRIA DE CASQUILHOS

12º Ano Turma B - C.C.H. de Ciências e Tecnologias -

Teste de Avaliação de Matemática A V

Duração: 90 min

\_\_\_ de Fevereiro de 2011

Prof. M<sup>ª</sup> João Mendes Vieira

## GRUPO I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única alternativa correcta.

Escreve, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a alternativa seleccionada.

Não apresentes cálculos nem justificações.

1. Numa caixa estão três cartões, numerados de 1 a 3.

Extraem-se ao acaso, e em simultâneo, dois cartões da caixa.

Seja  $X$  o **maior** dos números saídos.

Qual é a distribuição de probabilidades da variável aleatória  $X$ ?

(A)

$x_i$	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

(B)

$x_i$	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(C)

$x_i$	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

(D)

$x_i$	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

2. Sabendo que  $2^{2007} = k$  qual é o valor de  $\frac{\log_2 k}{2007}$ :

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 2007

3. Na figura está representada parte da representação gráfica de uma função  $f$  de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

As rectas de equações  $x = -1$  e  $y = 2$  são assíntotas do gráfico de  $f$ .

Seja  $a_n = 2 - 3n^2$ .

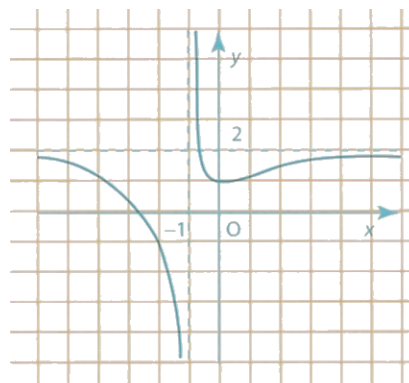
Indicar o valor de  $\lim f(a_n)$ :

(A)  $-\infty$

(B)  $+\infty$

(C) 2

(D) Nenhum dos anteriores



4. Cada uma de seis pessoas lança um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6.

Qual é a probabilidade de os números saídos serem todos diferentes?

(A)  $\frac{6!}{6^6}$

(B)  $\frac{1}{6^6}$

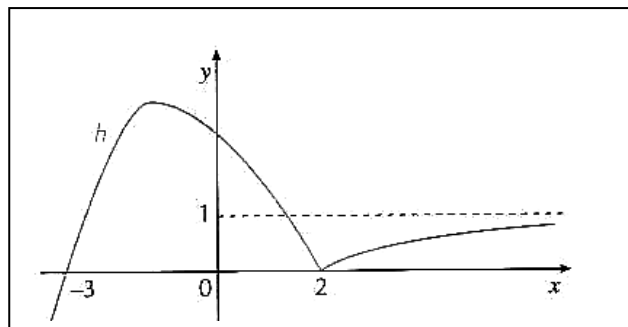
(C)  $\frac{1}{6!}$

(D)  $\frac{1}{6}$

5. Considera a função  $f$  tal que:  $f(x) = -3 - \ln(h(x))$ , sendo  $h$  a função representada graficamente na figura.

O domínio de  $f(x)$  é:

- (A)  $]0, +\infty[$
- (B)  $] -3, +\infty[ \setminus \{2\}$
- (C)  $\mathbf{R}$
- (D)  $] -3, +\infty[$



### GRUPO II

Nas respostas aos itens deste grupo, apresenta **todos os cálculos** que tiveres de efectuar e **todas as justificações** necessárias.  
**Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o **valor exacto**.

1. Há duas semanas atrás, 7% de um grupo de alunos de uma universidade, decidiu fazer greve às aulas como protesto pelos valores das propinas.

Dos alunos que fizeram greve, 3 em cada 4 foram à discoteca no fim-de-semana, no entanto dos que não fizeram greve, apenas 10% foram à discoteca, nesse fim-de-semana.

Ao escolher aleatoriamente um daqueles alunos, determina a probabilidade de ele:

- 1.1. não ter ido à discoteca;
- 1.2. ter ido à discoteca no fim de semana se não fez greve;
- 1.3. não ter feito greve, sabendo que foi à discoteca no fim de semana

2. Considera a função real de variável real  $h$ , definida por  $h(x) = 5 - \log_3(x^2 - 2x)$

- 2.1. Determina o domínio de  $h$ .
- 2.2. Determina, na forma de intervalo de números reais, o conjunto solução da condição  $h(x) > 4$ .
- 2.3. O gráfico de  $h$  contém um único ponto cuja ordenada é igual à abcissa.  
 Recorrendo à calculadora, determina um valor aproximado às décimas para a abcissa desse ponto. Justifica a tua resposta com gráfico (s) e apresenta todos os dados relevantes para resolver o problema.
- 2.4. Justifica que  $h$  não admite inversa.

3. Calcula, caso existam, os seguintes limites:

3.1.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-1}{4-x^2}$

3.2.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x^4 + 3}{2x + x^6}$

3.3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{x}$

4. Uma empresa lançou no mercado uma nova revista feminina. Após a análise dos dados relativos às vendas mensais,  $t$  meses após a sua introdução no mercado, considerou-se o modelo  $V(t) = \frac{200}{1+850e^{-1,2t}}$

A revista foi introduzida no mercado no início de Janeiro de 2006.

( $V$  representa o número de vendas mensais, em milhares,  $t$  meses desde a introdução da revista no mercado)

**Nota:** Na resolução das questões seguintes, sempre que, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve duas casas decimais.

Resolve as questões seguintes por processos **exclusivamente analíticos**:

- 4.1. Qual foi o número de vendas registado em Maio de 2006?  
Apresentar o resultado arredondado às unidades
- 4.2. Determina em que mês se registaram 150 000 vendas.
- 4.3. Calcula  $\lim_{t \rightarrow +\infty} V(t)$  e interpreta o resultado obtido no contexto do problema.

- FIM -

## FORMULÁRIO

### Probabilidades

$$\mu = x_1 p_1 + \dots + x_n p_n$$

$$\sigma = \sqrt{(x_1 - \mu)^2 p_1 + \dots + (x_n - \mu)^2 p_n}$$

Se  $X$  é  $N(\mu, \sigma)$ , então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$

### Limites notáveis

$$\lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$$

## COTAÇÕES

Grupo I					Grupo II													
1	2	3	4	5	1.1.	1.2	1.3.	2.1.	2.2.	2.3.	2.4.	3.1.	3.2.	3.3.	4.1.	4.2.	4.3.	Total
10	10	10	10	10	10	10	10	10	15	15	5	15	10	10	10	15	15	200